４．因数分解

◎　因数分解するとは

整数を素因数分解した時と同じように

多項式をいくつかの（　　　　　）の（　　　　）の形に表すことを，

その多項式を（　　　　　　　　　　）といいます。

今まで学習してきた内容：「次の式を展開しなさい」では
積の形になっている式　$(x+3)(x-3)$　を見て
和の形の式　x^2-9　に変形しました

これから学習する内容　：「次の式を因数分解しなさい」では
和の形になっている式　x^2-9　を見て
積の形の式　$(x+3)(x-3)$　に変形します

◎　因数分解①　＜共通因数を取り出す＞

例１．次の式を因数分解しなさい。

(ｱ)　$axy-3bxy$
$=xy(a-3b)$

(ｲ)　$6x^2+3x$
$=3x(2x+1)$

(ｳ)　$x^2y^3-x^3y^2$
$=x^2y^2(y-x)$

(ｴ)　$-6abc+3ac-9bc$
$=-3c(2ab-a+3b)$

共通な因数はすべて取り出すこと。数字の因数を取り出すことを忘れないようにすること。

問１．次の式を因数分解しなさい

(ｱ)　$2ma+3mb$　　(ｲ)　$4ax-8a$　　(ｳ)　$ax+bx+cx$

(ｴ)　$6xy-24y$　　(ｵ)　$-3abc-9bcd$　　(ｶ)　$6a^2b-9b^2$

解答：問１．

(ｱ)　$2ma+3mb$
$=m(2a+3b)$

(ｲ)　$4ax-8a$
$=4a(x-2)$

(ｳ)　$ax+bx+cx$
$=x(a+b+c)$

(ｴ)　$6xy-24y$
$=6y(x-4)$

(ｵ)　$-3abc-9bcd$
$=-3bc(a+3d)$

(ｶ)　$6a^2b-9b^2$
$=3b(2a^2-3b)$

◎　因数分解②　＜公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ を利用する＞

$○^2-□^2=(○+□)(○-□)$

$○^2$ から $□^2$ をひいた式になっている場合に限り、この公式が使えます

例２．次の式を因数分解しなさい。

(ｱ) x^2-100
$=x^2-(10)^2$
$=(x+10)(x-10)$

(ｲ) x^2-4y^2
$=x^2-(2y)^2$
$=(x+2y)(x-2y)$

(ｳ) $4x^2-9y^2$
$=(2x)^2-(3y)^2$
$=(2x+3y)(2x-3y)$

(ｴ) $36-a^2$
$=6^2-a^2$
$=(6+a)(6-a)$

いつも，途中式を書くように言っていますが，例２を解くときは，すぐに答えを書きましょう。
2行目は説明のために書いてあるだけです。頭の中だけで考えて，書く必要はありません。

式の展開をするときに公式を使っていないと、因数分解が理解しにくくなります。
以降，式の展開をするときにはできるだけ公式を使いましょう。
勿論，ワンツーサンシを頭に入れながら。

問２．次の式を因数分解しなさい

(ｱ) x^2-y^2　(ｲ) x^2-25　(ｳ) $9x^2-1$　(ｴ) $49x^2-16y^2$

(ｵ) $1-4x^2$　(ｶ) $81a^2-49b^2$　(ｷ) a^2-4b^2　(ｸ) $9x^2-25$

(ｹ) $36a^2-b^2$　(ｺ) $9a^2-4b^2$　(ｻ) $9x^2-16$　(ｼ) $-9x^2+1$

解答：問２．前の項がプラスになるように工夫すると間違いにくくなるよ

(ｱ) $(x+y)(x-y)$　(ｲ) $(x+5)(x-5)$　(ｳ) $(3x+1)(3x-1)$　(ｴ) $(7x+4y)(7x-4y)$

(ｵ) $(1+2x)(1-2x)$　(ｶ) $(9a+7b)(9a-7b)$　(ｷ) $(a+2b)(a-2b)$　(ｸ) $(3x+5)(3x-5)$

※(ｵ) $-(2x+1)(2x-1)$ は○で、$(2x+1)(2x-1)$ は×

(ｹ) $(6a+b)(6a-b)$　(ｺ) $(3a+2b)(3a-2b)$　(ｻ) $(3x+4)(3x-4)$　(ｼ) $-9x^2+1$
$=1-9x^2$
$=(1+3x)(1-3x)$

※(ｼ) $-(3x+1)(3x-1)$ は○で、$(3x+1)(3x-1)$ は×

◎因数分解③　＜公式 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ を利用する＞

$○^2 + 2×○×□ + □^2 = (○ + □)^2$

① $○^2$，$□^2$ と何かの２乗になっている項が２つある

② 運良く　○×□の２倍になっている項がある

①と②の両方にあてはまるときに限り，この公式が使える

例３．次の式を因数分解しなさい。

(ア) $x^2 + 20x + 100$

① x^2　② $\underline{10x \times 2}$　① 10^2

$= (x + 10)^2$

(イ) $x^2 + 4x + 4$

① x^2　② $\underline{2x \times 2}$　① 2^2

$= (x + 2)^2$

(ウ) $x^2 - 8x + 16$

① x^2　② $\underline{x \times (-4) \times 2}$　① $(-4)^2$

$= (x - 4)^2$

(エ) $x^2 - 4x + 4$

① x^2　② $\underline{x \times (-2) \times 2}$　① $(-2)^2$

$= (x - 2)^2$

2行目は説明のために書いてあるだけです。頭の中だけで考えて，書く必要はありません。

(ウ) 4の2乗も16，(−4)の2乗も16ですが、2倍した結果が$-8x$ なので，(−4)を選びます

$(-x+4)^2$でも答えになりますが，なかなか考えつく人は少ないです

問３．次の式を因数分解しなさい。

(ア) $x^2 + 2x + 1$　(イ) $x^2 + 8x + 16$　(ウ) $x^2 + 14x + 49$

(エ) $x^2 - 12x + 36$　(オ) $x^2 + 6x + 9$　(カ) $x^2 - 6x + 9$

(キ) $x^2 - 2x + 1$　(ク) $x^2 - 10x + 25$　(ケ) $x^2 - 14x + 49$

(コ) $x^2 + 10x + 25$　(サ) $x^2 - 16x + 64$　(シ) $x^2 + 18x + 81$

解答：問３．

(ア) $(x+1)^2$　(イ) $(x+4)^2$　(ウ) $(x+7)^2$

(エ) $(x-6)^2$　(オ) $(x+3)^2$　(カ) $(x-3)^2$

(キ) $(x-1)^2$　(ク) $(x-5)^2$　(ケ) $(x-7)^2$

(コ) $(x+5)^2$　(サ) $(x-8)^2$　(シ) $(x+9)^2$

◎ 因数分解③の応用

例４．次の式を因数分解しなさい。

(ｱ) $9x^2-30x+25$

① 何かの２乗になっている項が２つある

$9x^2=(3x)^2$ か $(-3x)^2$ ， $+25=5^2$ か $(-5)^2$

② 残りの項が、①で考えた２つの項をかけたものの２倍になっているかを確認する

$3x\times(-5)\times2=-30x$ か $-3x\times5\times2=-30x$

①と②にあてはまれば、(　　　)^{2}の形に因数分解できる

$9x^2-30x+25=(3x-5)^2$ か $(-3x+5)^2$

(ｲ) $x^2+4xy+4y^2$

① 何かの２乗になっている項が２つある

$x^2=x^2$ か $(-x)^2$ ， $+4y^2=(2y)^2$ か $(-2y)^2$

② 残りの項が、①で考えた２つの項をかけたものの２倍になっているかを確認する

$x\times(2y)\times2=+4xy$ か $(-x)\times(-2y)\times2=+4xy$

①と②にあてはまれば、(　　　)^{2}の形に因数分解できる

$x^2+4xy+4y^2=(x+2y)^2$ か $(-x-2y)^2$

問４．次の式を因数分解しなさい。

(ｱ) $4x^2+12x+9$　　(ｲ) $4x^2-12x+9$　　(ｳ) $9x^2-12xy+4y^2$

(ｴ) $4x^2-20x+25$　　(ｵ) $16y^2+40y+25$　　(ｶ) $36x^2-12xy+y^2$

(ｷ) $25x^2+10x+1$　　(ｸ) $4x^2-28x+49$　　(ｹ) $100x^2-20xy+y^2$

(ｺ) $4x^2-2x+\frac{1}{4}$　　(ｻ) $-9x^2+12xy-4y^2$　　(ｼ) $\frac{1}{4}x^2-xy+y^2$

問５．次の＿＿＿にあてはまる正の数をいいなさい。

(ア)　x^2-＿＿＿$x+9=(x-$＿＿＿$)^2$

(イ)　$4x^2+$＿＿＿$x+1=($＿＿＿$x+1)^2$

(ウ)　x^2-16x+＿＿＿$=(x-$＿＿＿$)^2$

(エ)　$9x^2+$＿＿＿$x+4=($＿＿＿$x+2)^2$

(オ)　x^2-＿＿＿$x+25=(x-$＿＿＿$)^2$

(カ)　$4x^2-12xy+$＿＿＿$=(2x-$＿＿＿$)^2$

(キ)　$4x^2-$＿＿＿$=($＿＿＿$-7)($＿＿＿$+7)$

(ク)　＿＿＿$-100y^2=(3x+$＿＿＿$)(3x-$＿＿＿$)$

解答：問４．問５．

(ア)　$(2x+3)^2$　　(イ)　$(2x-3)^2$　　(ウ)　$(3x-2y)^2$

(エ)　$(2x-5)^2$　　(オ)　$(4y+5)^2$　　(カ)　$(6x-y)^2$

(キ)　$(5x+1)^2$　　(ク)　$(2x-7)^2$　　(ケ)　$(10x-y)^2$

(コ)　$4x^2-2x+\frac{1}{4}$

$=\left(2x-\frac{1}{2}\right)^2$

(サ)　$-9x^2+12xy-4y^2$

$=-(9x^2-12xy+4y^2)$

$=-(3x-2y)^2$

(シ)　$\frac{1}{4}x^2-xy+y^2$

$=\left(\frac{1}{2}x-y\right)^2$

分かりにくくなるのでレアな答えは省略しています

(ア)　$x^2-\underline{6}\,x+9=(x-\underline{3})^2$　　$9 \Rightarrow 3 \Rightarrow 6$

(イ)　$4x^2+\underline{4}\,x+1=(\underline{2}\,x+1)^2$　　$4 \Rightarrow 2 \Rightarrow 4$

(ウ)　$x^2-16x+\underline{64}=(x-\underline{8})^2$　　$16 \Rightarrow 8 \Rightarrow 64$

(エ)　$9x^2+\underline{12}\,x+4=(\underline{3}\,x+2)^2$　　$9 \Rightarrow 3 \Rightarrow 12$

(オ)　$x^2-\underline{10}\,x+25=(x-\underline{5})^2$　　$25 \Rightarrow 5 \Rightarrow 10$

(カ)　$4x^2-12xy+\underline{9y^2}=(2x-\underline{3y})^2$　　$9y^2 \Rightarrow 3y$

(キ)　$4x^2-\underline{49}=(\underline{2x}-7)(\underline{2x}+7)$　　$4x^2 \Rightarrow 2x$　　$7 \Rightarrow 49$

(ク)　$\underline{9x^2}-100y^2=(3x+\underline{10y})(3x-\underline{10y})$

$3x \Rightarrow 9x^2$　　$100y^2 \Rightarrow 10y$

◎ 因数分解④ Ⅰ．$a+b>0$，$ab>0$ のとき

かけてプラス，たしてもプラスなので，必ず $(x+\square)(x+\bigcirc)$となる

$x^2+6x+8 = (x+\square)(x+\bigcirc)$

たして6 ， かけて8 になる2数をさがせば良いのだが
まず、かけて8になる2数を考えると $2\times4=8$， $1\times8=8$ の2通りしかない
この中で、たして6になる2数を選ぶと $2+4=6$
したがって、 $x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$ 逆に書いても正解

＜まず、かけ算の方であてはまる2数の組合わせを絞ることがポイント＞
何故、最初にかけ算の方で組合わせを考えるかというと
かけて 8 になる組み合わせは２つしかない！

もし、最初にたし算の方で組合わせを考えるとどうなるだろう
たして6になる2数を選ぶと $-1+7$，$1+5$，$2+4$，$3+3$，$8-2$，… なんと無数にできる

例６．次の式を因数分解しなさい。

(ア) x^2+5x+6
$=(x+2)(x+3)$ 考え方：かけて 6になる組合わせは 1×6 2×3
その中で和が 5になるものは $2+3$

(イ) $x^2+7x+12$
$=(x+3)(x+4)$ 考え方：かけて 12になる組合わせは 1×12 2×6 3×4
その中で和が 7になるものは $3+4$

かけ算の組合わせは、多くても３つか４つ。最初に頭に浮かんだ組合わせが当たればGOOD

問６．次の式をノートに因数分解しなさい。

(ア) x^2+3x+2　(イ) $x^2+9x+20$　(ウ) $x^2+8x+12$

(エ) $x^2+11x+24$　(オ) x^2+7x+6　(カ) x^2+6x+5

(キ) $x^2+10x+21$　(ク) $x^2+9x+18$　(ケ) x^2+9x+8

(コ) $x^2+25x+24$　(サ) x^2+5x+6　(シ) $x^2+14x+48$

(ス) $x^2+10x+24$　(セ) $x^2+11x+18$　(ソ) $x^2+10x+16$

◎ 因数分解④ Ⅱ．$a+b<0$，$ab>0$ のとき

かけてプラス，たしてマイナスなので，必ず (x − □)(x − ○)となる

$x^2-6x+8=(x-□)(x-○)$

符号に関係なく　かけて8　　になる2数をさがす

かけて8になる2数は　2×4＝8，1×8＝8　の2通り

同じマイナス同士のたし算なので、絶対値の和が6になる数を選ぶと　2+4＝6

２と４にマイナスの符号をつけて、　$x^2-6x+8=(x-2)(x-4)$

逆に書いても正解

例７．次の式を因数分解しなさい。例６とまるで同じ　違うのは符号の付け方だけ

(ｱ) x^2-5x+6

$=(x-2)(x-3)$　考え方：かけて 6になる組合わせは　1×6　2×3

絶対値の和が 5になるものは　2+3

(ｲ) $x^2-7x+12$

$=(x-3)(x-4)$　考え方：かけて 12になる組合わせは　1×12　2×6　3×4

絶対値の和が 7になるものは　3+4

問７．次の式を因数分解しなさい。

(ｱ) x^2-4x+3　(ｲ) x^2-8x+7　(ｳ) $x^2-9x+18$

(ｴ) $x^2-10x+16$　(ｵ) x^2-5x+4　(ｶ) x^2-6x+5

(ｷ) x^2-7x+6　(ｸ) $x^2-8x+15$　(ｹ) $x^2-8x+12$

(ｺ) $x^2-17x+16$　(ｻ) $x^2-12x+35$　(ｼ) $x^2-10x+24$

(ｽ) $x^2-10x+24$　(ｾ) $x^2-11x+18$　(ｿ) $x^2-10x+16$

◎ 因数分解④ Ⅲ．$a+b>0$，$ab<0$ のとき

かけてマイナス，たしてプラスなので，必ず $(x+□)(x-○)$ となる

$x^2+6x-16=(x+□)(x-○)$

Ⅰ，Ⅱとの違いは，かけて マイナス になっていること。

かけて マイナスになるのは，正の数×負の数のとき

大事なことは、符号に関係なく かけて16 になる2数をさがすことで

かけて－16になる組合わせを探してはいけません

かけて16になる2数は 1×16　2×8　4×4　の3通り

異なる符号のたし算なので、絶対値の差が6になる数を選ぶと　8－2＝6

大きい8がプラスで、小さい2がマイナス　$x^2+6x-16=(x+8)(x-2)$

逆に書いても正解

例８．次の式を因数分解しなさい。片方の数字に1が入る時は、意外に気づきにくいので注意

(ｱ) x^2+5x-6

$=(x-1)(x+6)$　考え方：かけて 6になる組合わせは　1×6　2×3

絶対値の差が 5になるものは　6－1

(ｲ) $x^2+2x-15$

$=(x-3)(x+5)$　考え方：かけて 15になる組合わせは　1×15　3×5

絶対値の差が 2になるものは　5－2

問８．次の式を因数分解しなさい。

(ｱ) x^2+4x-5　(ｲ) $x^2+2x-24$　(ｳ) $x^2+3x-18$

(ｴ) x^2+x-12　(ｵ) x^2+7x-8　(ｶ) x^2+x-6

(ｷ) $x^2+3x-10$　(ｸ) $x^2+2x-35$　(ｹ) x^2+x-20

(ｺ) $x^2+15x-16$　(ｻ) $x^2+2x-48$　(ｼ) $x^2+18x-40$

◎ 因数分解④ Ⅳ．$a+b<0$，$ab<0$ のとき

かけてマイナス，たしてマイナスなので，必ず $(x+□)(x-○)$となる

$x^2-6x-16=(x+□)(x-○)$

Ⅲとの違いは，たして マイナス になっていること。

今回は大きい数にマイナスをつけることになります

大事なことは、符号に関係なく かけて16 になる2数をさがすことで

かけて－16になる組合わせを探してはいけません

かけて16になる2数は 1×16 2×8 4×4 の3通り

異なる符号のたし算なので、絶対値の差が6になる数を選ぶと 8－2＝6

大きい8がマイナスで、小さい2がプラスになります

$x^2-6x-16=(x-8)(x+2)$ 逆に書いても正解

例９．次の式を因数分解しなさい。例８とまるで同じ 違うのは符号の付け方だけ

(ｱ) x^2-5x-6

$=(x+1)(x-6)$ 考え方：かけて 6になる組合わせは 1×6 2×3

絶対値の差が 5になるものは 6－1

(ｲ) $x^2-2x-15$

$=(x+3)(x-5)$ 考え方：かけて 15になる組合わせは 1×15 3×5

絶対値の差が 2になるものは 5－2

問９．次の式を因数分解しなさい。

(ｱ) x^2-4x-5 (ｲ) $x^2-2x-24$ (ｳ) $x^2-3x-18$

(ｴ) x^2-x-12 (ｵ) x^2-7x-8 (ｶ) x^2-8x-9

(ｷ) $x^2-9x-10$ (ｸ) $x^2-2x-35$ (ｹ) x^2-x-20

(ｺ) $x^2-3x-40$ (ｻ) $x^2-7x-30$ (ｼ) $x^2-3x-28$

問10．次の式を因数分解しなさい。（因数分解④Ⅰ～Ⅳ）

(ｱ) $x^2 + 10x + 24$　(ｲ) $x^2 + 7x + 10$　(ｳ) $a^2 + 10a + 21$

(ｴ) $a^2 - 5a + 4$　(ｵ) $x^2 - 10x + 24$　(ｶ) $x^2 - 10x + 21$

(ｷ) $m^2 - 2m - 8$　(ｸ) $m^2 - m - 30$　(ｹ) $x^2 - 2x - 24$

(ｺ) $a^2 + 2a - 15$　(ｻ) $x^2 + x - 30$　(ｼ) $x^2 + 2x - 24$

(ｽ) $y^2 - y - 2$　(ｾ) $x^2 - 4x - 21$　(ｿ) $x^2 - 2x - 15$

(ﾀ) $x^2 + 4x - 21$　(ﾁ) $x^2 + 5x - 24$　(ﾂ) $x^2 + 2x - 8$

(ﾃ) $x^2 - 6x + 5$　(ﾄ) $x^2 - 11x + 24$　(ﾅ) $x^2 - 10x + 16$

解答：問６～問１０

問6.　Ⅰ

(ア)　x^2+3x+2
$=(x+1)(x+2)$

(イ)　$x^2+9x+20$
$=(x+4)(x+5)$

(ウ)　$x^2+8x+12$
$=(x+2)(x+6)$

(エ)　$x^2+11x+24$
$=(x+3)(x+8)$

(オ)　x^2+7x+6
$=(x+6)(x+1)$

(カ)　x^2+6x+5
$=(x+1)(x+5)$

(キ)　$x^2+10x+21$
$=(x+3)(x+7)$

(ク)　$x^2+9x+18$
$=(x+3)(x+6)$

(ケ)　x^2+9x+8
$=(x+1)(x+8)$

(コ)　$x^2+25x+24$
$=(x+1)(x+24)$

(サ)　x^2+5x+6
$=(x+2)(x+3)$

(シ)　$x^2+14x+48$
$=(x+6)(x+8)$

(ス)　$x^2+10x+24$
$=(x+4)(x+6)$

(セ)　$x^2+11x+18$
$=(x+2)(x+9)$

(ソ)　$x^2+10x+16$
$=(x+2)(x+8)$

問７.　Ⅱ

(ア)　x^2-4x+3
$=(x-1)(x-3)$

(イ)　x^2-8x+7
$=(x-1)(x-7)$

(ウ)　$x^2-9x+18$
$=(x-3)(x-6)$

(エ)　$x^2-10x+16$
$=(x-2)(x-8)$

(オ)　x^2-5x+4
$=(x-1)(x-4)$

(カ)　x^2-6x+5
$=(x-1)(x-5)$

(キ)　x^2-7x+6
$=(x-1)(x-6)$

(ク)　$x^2-8x+15$
$=(x-3)(x-5)$

(ケ)　$x^2-8x+12$
$=(x-2)(x-6)$

(コ)　$x^2-17x+16$
$=(x-1)(x-16)$

(サ)　$x^2-12x+35$
$=(x-5)(x-7)$

(シ)　$x^2-10x+24$
$=(x-4)(x-6)$

問８.　Ⅲ

(ア)　x^2+4x-5
$=(x-1)(x+5)$

(イ)　$x^2+2x-24$
$=(x-4)(x+6)$

(ウ)　$x^2+3x-18$
$=(x+6)(x-3)$

(エ)　x^2+x-12
$=(x+4)(x-3)$

(オ)　x^2+7x-8
$=(x+8)(x-1)$

(カ)　x^2+x-6
$=(x+3)(x-2)$

(キ)　$x^2+3x-10$
$=(x-2)(x+5)$

(ク)　$x^2+2x-35$
$=(x-5)(x+7)$

(ケ)　x^2+x-20
$=(x-4)(x+5)$

(コ)　$x^2+15x-16$
$=(x-1)(x+16)$

(サ)　$x^2+2x-48$
$=(x+8)(x-6)$

(シ)　$x^2+18x-40$
$=(x+20)(x-2)$

問９．Ⅳ

(ア) $x^2 - 4x - 5$
$= (x + 1)(x - 5)$

(イ) $x^2 - 2x - 24$
$= (x + 4)(x - 6)$

(ウ) $x^2 - 3x - 18$
$= (x - 6)(x + 3)$

(エ) $x^2 - x - 12$
$= (x - 4)(x + 3)$

(オ) $x^2 - 7x - 8$
$= (x + 1)(x - 8)$

(カ) $x^2 - 8x - 9$
$= (x + 1)(x - 9)$

(キ) $x^2 - 9x - 10$
$= (x - 10)(x + 1)$

(ク) $x^2 - 2x - 35$
$= (x - 7)(x + 5)$

(ケ) $x^2 - x - 20$
$= (x + 4)(x - 5)$

(コ) $x^2 - 3x - 40$
$= (x - 8)(x + 5)$

(サ) $x^2 - 7x - 30$
$= (x - 10)(x + 3)$

(シ) $x^2 - 3x - 28$
$= (x - 7)(x + 4)$

問10．（因数分解④Ⅰ～Ⅳ）

(ア) $x^2 + 10x + 24$
$= (x + 6)(x + 4)$

(イ) $x^2 + 7x + 10$
$= (x + 5)(x + 2)$

(ウ) $a^2 + 10a + 21$
$= (a + 7)(a + 3)$

(エ) $a^2 - 5a + 4$
$= (a - 1)(a - 4)$

(オ) $x^2 - 10x + 24$
$= (x - 6)(x - 4)$

(カ) $x^2 - 10x + 21$
$= (x - 3)(x - 7)$

(キ) $m^2 - 2m - 8$
$= (m - 4)(m + 2)$

(ク) $m^2 - m - 30$
$= (m + 5)(m - 6)$

(ケ) $x^2 - 2x - 24$
$= (x - 6)(x + 4)$

(コ) $a^2 + 2a - 15$
$= (a - 3)(a + 5)$

(サ) $x^2 + x - 30$
$= (x - 5)(x + 6)$

(シ) $x^2 + 2x - 24$
$= (x - 4)(x + 6)$

(ス) $y^2 - y - 2$
$= (y - 2)(y + 1)$

(セ) $x^2 - 4x - 21$
$= (x - 7)(x + 3)$

(ソ) $x^2 - 2x - 15$
$= (x - 5)(x + 3)$

(タ) $x^2 + 4x - 21$
$= (x - 3)(x + 7)$

(チ) $x^2 + 5x - 24$
$= (x - 3)(x + 8)$

(ツ) $x^2 + 2x - 8$
$= (x - 2)(x + 4)$

(テ) $x^2 - 6x + 5$
$= (x - 5)(x - 1)$

(ト) $x^2 - 11x + 24$
$= (x - 3)(x - 8)$

(ナ) $x^2 - 10x + 16$
$= (x - 2)(x - 8)$

◎ 因数分解⑤　２段階以上の因数分解

共通因数がある場合は、まず共通因数をすべて取り出します
次に、括弧の中が因数分解できるときは、因数分解します
因数の積で表すときは、これ以上細かくならない所まで細かくしないと困ることになります
因数分解①では、共通因数を取り出して終了でした

例１．次の式を因数分解しなさい。

(ア) $ax^2+6ax-16a$
$=a(x^2+6x-16)$
$=a(x-2)(x+8)$

(イ) $3x^2-27y^2$
$=3(x^2-9y^2)$
$=3(x-3y)(x+3y)$

(ウ) $2ax^2+16ax+32a$
$=2a(x^2+8x+16)$
$=2a(x+4)^2$

問１．次の式を因数分解しなさい。

(ア) $5x^2-45$　(イ) $3ax^2+12ax+12a$　(ウ) $9ax^2-a$

(エ) $2x^2-2x-12$　(オ) $a^2x-14ax+49x$　(カ) $4x^2-36y^2$

(キ) $5x^2-20$　(ク) $ax^2-2ax-24a$　(ケ) $3a^2+30a+63$

(コ) $a^2-6ab+5b^2$　(サ) $a^2-20ab+100b^2$　(シ) $25x^2-100y^2$

◎ 因数分解⑥ 多項式の共通因数がある時の因数分解

慣れていない時は、多項式の共通因数を，単項式Mなどに置き換えてから，因数分解します
慣れてくると，Mと置き換えなくてもできるようになります
(別解)力技ですが，式を展開してから同類項をまとめた後に因数分解する方法もあります
ただし，この方法だと，高校での因数分解ができなくなります

例２．$(x-2)^2+6(x-2)+5$ を因数分解しなさい。

単項式Mに置き換える方法

$(x-2)^2+6(x-2)+5$
$x-2=\mathrm{M}$ とおくと
$=\mathrm{M}^2+6\mathrm{M}+5$
$=(\mathrm{M}+1)(\mathrm{M}+5)$
M を元に戻すと
$=(x-2+1)(x-2+5)$
$=(x-1)(x+3)$

（力技）展開してから因数分解する

$(x-2)^2+6(x-2)+5$
$=x^2-4x+4+6x-12+5$
$=x^2+2x-3$
$=(x-1)(x+3)$

問２．次の式を因数分解しなさい。

(ア) $(x+2)^2-7(x+2)+12$

(イ) $(x-5)^2-4(x-5)-12$

(ウ) $(a+b)^2-6(a+b)+9$

(エ) $(a+b)x+(a+b)y$

(オ) $(x+1)(x-8)+5x$

(カ) $(x-1)(x-4)-10$

解答：問１，２

問１．

(ア) $5x^2-45$
$=5(x^2-9)$
$=5(x+3)(x-3)$

(イ) $3ax^2+12ax+12a$
$=3a(x^2+4x+4)$
$=3a(x+2)^2$

(ウ) $9ax^2-a$
$=a(9x^2-1)$
$=a(3x+1)(3x-1)$

(エ) $2x^2-2x-12$
$=2(x^2-x-6)$
$=2(x-3)(x+2)$

(オ) $a^2x-14ax+49x$
$=x(a^2-14a+49)$
$=x(a-7)^2$

(カ) $4x^2-36y^2$
$=4(x^2-9y^2)$
$=4(x+3y)(x-3y)$

(カ) $(2x+6y)(2x-6y)$は×
まだ共通因数が残っているから

(キ) $5x^2-20$
$=5(x^2-4)$
$=5(x+2)(x-2)$

(ク) $ax^2-2ax-24a$
$=a(x^2-2x-24)$
$=a(x-6)(x+4)$

(ケ) $3a^2+30a+63$
$=3(a^2+10a+21)$
$=3(a+7)(a+3)$

(コ) $a^2-6ab+5b^2$
$=(a-b)(a-5b)$

(サ) $a^2-20ab+100b^2$
$=(a-10b)^2$

(シ) $25x^2-100y^2$
$=25(x^2-4y^2)$
$=25(x+2y)(x-2y)$

問２．

(ア) $(x+2)^2-7(x+2)+12$
$=M^2-7M+12$
$=(M-3)(M-4)$
$=(x+2-3)(x+2-4)$
$=(x-1)(x-2)$

(イ) $(x-5)^2-4(x-5)-12$
$=M^2-4M-12$
$=(M-6)(M+2)$
$=(x-5-6)(x-5+2)$
$=(x-11)(x-3)$

(ウ) $(a+b)^2-6(a+b)+9$
$=M^2-6M+9$
$=(M-3)^2$
$=(a+b-3)^2$

(エ) $(a+b)x+(a+b)y$
$=Mx+My$
$=M(x+y)$
$=(a+b)(x+y)$

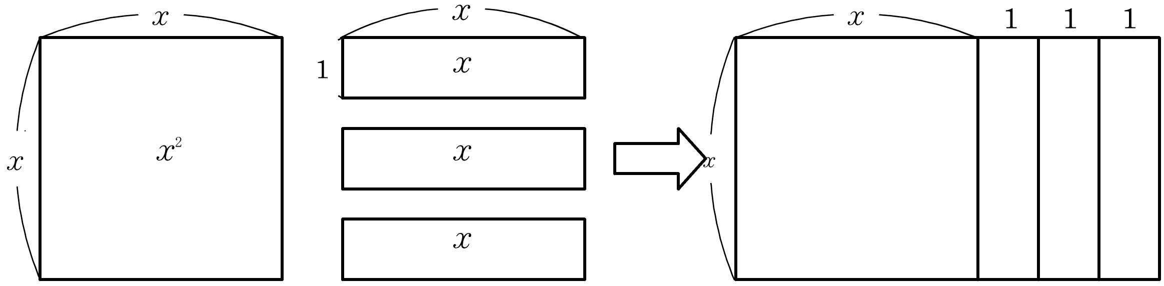
(オ) $(x+1)(x-8)+5x$
$=x^2-7x-8+5x$
$=x^2-2x-8$
$=(x+2)(x-4)$

(カ) $(x-1)(x-4)-10$
$=x^2-5x+4-10$
$=x^2-5x-6$
$=(x+1)(x-6)$

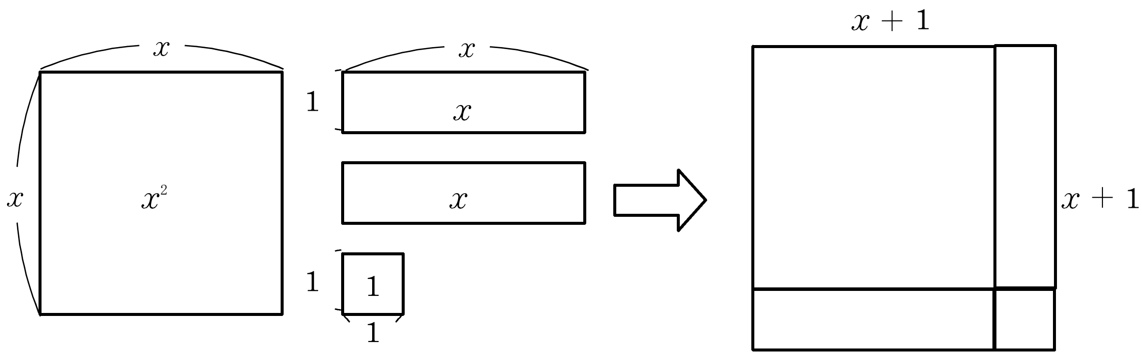
(オ)と(カ)は，共通因数がないので，一度式を展開し，同類項をまとめてから因数分解する

図形の面積で因数分解＆式の展開を考えてみよう

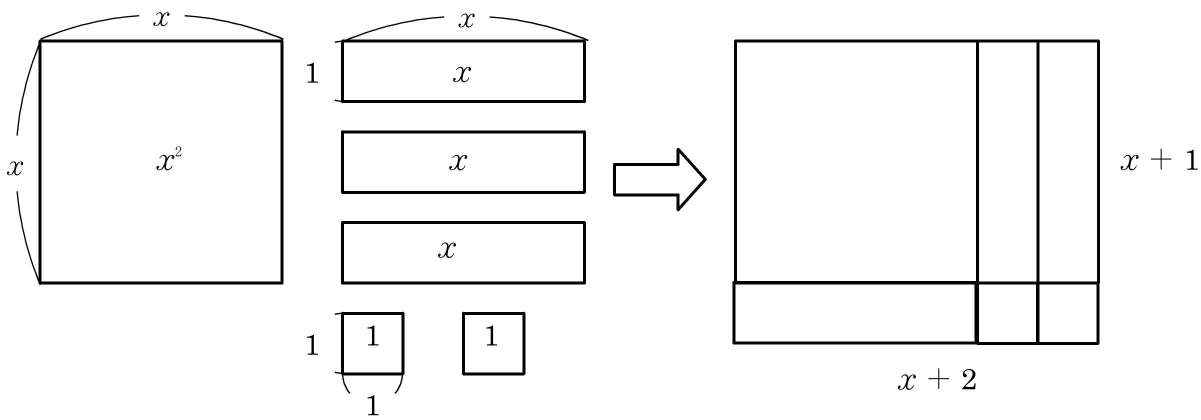
① $x^2 + 3x = x(x + 3)$



② $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$



③ $x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$



④ $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$