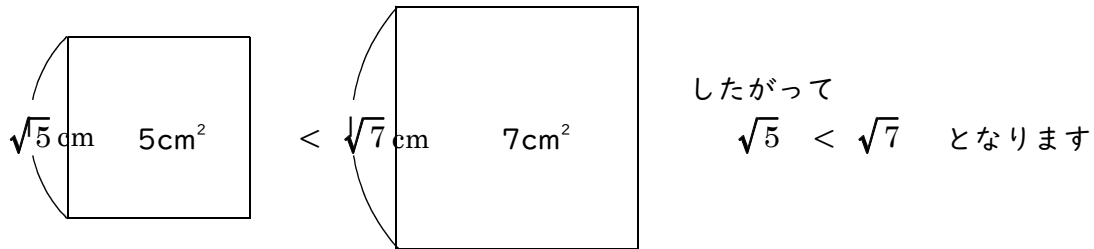


2 平方根の大小関係

◎ 無理数同士の大小関係

(復習) 今まで習ってきた数の大小関係は $5 < 7$, $-5 > -7$ では、無理数の大小関係はどうなるのでしょうか？

例1. 面積が 5cm^2 と 7cm^2 の正方形があります。
このとき、それぞれの1辺の長さの大小を考えましょう。



正方形では、1辺の長さが大きくなれば、面積も大きくなり、
逆に面積が大きくなれば、1辺の長さも大きくなります。

ルートのついた数字の大きさを比べるために、2乗してルートのない数字にして比べています

(注意) $-\sqrt{5}$ と $-\sqrt{7}$ の大きさを比べると、 $-\sqrt{5} > -\sqrt{7}$

平方根の大小 正の数 a, b について、 $a < b$ ならば
 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ $-\sqrt{a} > -\sqrt{b}$ となる

◎ 有理数と無理数の大小関係

有理数と無理数の大小関係を調べるには、有理数が無理数のどちらかに統一して考えます。

例2. 6 と $\sqrt{10}$ の大小関係を考えましょう。

<方法I> 2乗して有理数に統一してから調べる (与えられた数を一辺とする正方形の面積を比べること)

6 と $\sqrt{10}$
2乗すると 36 と 10 したがって $6 > \sqrt{10}$

<方法II> 2数をともに無理数で表してから調べる

6 と $\sqrt{10}$
無理数で表すと $\sqrt{36}$ と $\sqrt{10}$ したがって $6 > \sqrt{10}$

<I>の方法で比べた方が簡単だが、負の数場合は気をつけないとイケない。

<II>の方法だと、 -2 と $-\sqrt{5}$ を比べるときは、 $-\sqrt{4} > -\sqrt{5}$ となり間違えにくい。

問1. 次の2つの数字の大きさを考えるとどちらが大きいですか。不等号を使って表しなさい。

(ア) 3と7 (イ) -3 と -7 (ウ) $\sqrt{3}$ と $\sqrt{7}$ (エ) $-\sqrt{3}$ と $-\sqrt{7}$

問2. 次の2つの数字の大きさを考えるとどちらが大きいですか。不等号を使って表しなさい。

(ア) 3と $\sqrt{5}$ (イ) 5と $\sqrt{10}$ (ウ) $-\sqrt{5}$ と $-\sqrt{6}$ (エ) -3 と $-\sqrt{5}$

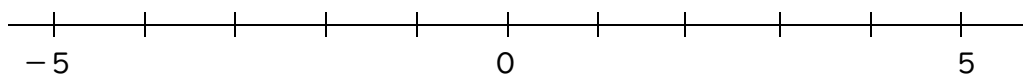
問3. 次の各組の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

(ア) $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$ (イ) 4, $\sqrt{15}$ (ウ) 2, $\sqrt{3}$ (エ) 9, $\sqrt{10}$

(オ) $\sqrt{0.5}$, 0.5 (カ) $-\sqrt{5}$, -2 (キ) $-\sqrt{6}$, $-\sqrt{7}$ (ク) -4 , $-\sqrt{15}$

(ケ) $\sqrt{9}$, 9 (コ) $-\sqrt{0.6}$, $-\sqrt{0.7}$

問4. 次の数直線に 2, -2 , 4, -4 , $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $-\sqrt{2}$, $-\sqrt{5}$ を書き込みましょう。



◎ 平方根を含む不等式

例3. $2 < \sqrt{a} < 3$ となる自然数 a は全部で何個ありますか。

有理数と無理数の大小関係を調べるには、
有理数か無理数のどちらかに統一することがポイントでした。

<方法Ⅰ> 2乗して有理数に統一してから調べる

$$2 < \sqrt{a} < 3$$

2乗して $4 < a < 9$

答え. $a = 5, 6, 7, 8$ なので4個

<方法Ⅱ> 2数をともに無理数で表してから調べる

$$2 < \sqrt{a} < 3$$

無理数で表すと $\sqrt{4} < \sqrt{a} < \sqrt{9}$ 答え. $a = 5, 6, 7, 8$ なので4個

問5. 次の問いに答えなさい。

(ア) $\sqrt{a} < \sqrt{5}$ となる自然数 a をすべて求めなさい。

(イ) $\sqrt{a} < 2$ となる自然数 a をすべて求めなさい。

(ウ) $a < \sqrt{6}$ となる自然数 a をすべて求めなさい。

(エ) $\sqrt{7} < \sqrt{a} < \sqrt{10}$ となる自然数 a は全部で何個ありますか。

(オ) $3 < \sqrt{a} < 4$ となる自然数 a は全部で何個ありますか。

(カ) $\sqrt{12} < a < \sqrt{50}$ となる自然数 a は全部で何個ありますか。

解答：問1～問5

問1.

(ア) $3 < 7$ (イ) $-3 > -7$ (ウ) $\sqrt{3} < \sqrt{7}$ (エ) $-\sqrt{3} > -\sqrt{7}$

問2.

(ア) $3 > \sqrt{5}$ (イ) $5 > \sqrt{10}$ (ウ) $-\sqrt{5} > -\sqrt{6}$ (エ) $-3 < -\sqrt{5}$

問3.

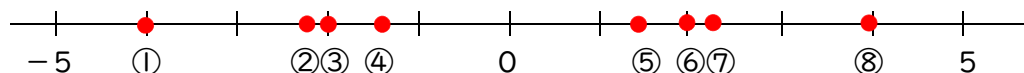
(ア) $\sqrt{7} < \sqrt{8}$ (イ) $4 > \sqrt{15}$ (ウ) $2 > \sqrt{3}$ (エ) $9 > \sqrt{10}$

(オ) $\sqrt{0.5} > 0.5$ (カ) $-\sqrt{5} < -2$ (キ) $-\sqrt{6} > -\sqrt{7}$ (ク) $-4 < -\sqrt{15}$
 2乗すると $0.5 > 0.25$ $(-\sqrt{4})$ $-\sqrt{16}$

(ケ) $\sqrt{9} < 9$ (コ) $-\sqrt{0.6} > -\sqrt{0.7}$

2乗すると $9 < 81$

問4. $2 \Rightarrow \textcircled{6}$, $-2 \Rightarrow \textcircled{3}$, $4 \Rightarrow \textcircled{8}$, $-4 \Rightarrow \textcircled{1}$,
 $\sqrt{2} \Rightarrow \textcircled{5}$, $\sqrt{5} \Rightarrow \textcircled{7}$, $-\sqrt{2} \Rightarrow \textcircled{4}$, $-\sqrt{5} \Rightarrow \textcircled{2}$



問5. 次の問いに答えなさい。

(ア) $\sqrt{a} < \sqrt{5}$ となる自然数 a をすべて求めなさい。 $a = 1, 2, 3, 4$

(イ) $\sqrt{a} < 2$ となる自然数 a をすべて求めなさい。

<方法Ⅰ> 2乗すると, $a < 4$ $a = 1, 2, 3$

<方法Ⅱ> $\sqrt{a} < \sqrt{4}$ となるので $a = 1, 2, 3$

(ウ) $a < \sqrt{6}$ となる自然数 a をすべて求めなさい。

<方法Ⅰ> 2乗すると, $a^2 < 6$ $a = 1, 2$

(エ) $\sqrt{7} < \sqrt{a} < \sqrt{10}$ となる自然数 a は全部で何個ありますか。

$\sqrt{8}$ と $\sqrt{9}$ があてはまるので $a = 8, 9$ より 2個

(オ) $3 < \sqrt{a} < 4$ となる自然数 a は全部で何個ありますか。

<方法Ⅰ> 2乗すると, $9 < a < 16$

$a = 10, 11, 12, 13, 14, 15$ なので6個

(カ) $\sqrt{12} < a < \sqrt{50}$ となる自然数 a は全部で何個ありますか。

<方法Ⅰ> 2乗すると, $12 < a^2 < 50$ $a = 4, 5, 6, 7$ なので4個

練習問題

問1. 次の数の平方根を求めなさい。

(ア) 400

(イ) 21

(ウ) $\frac{9}{49}$

(エ) 0.9

(オ) 0

(カ) 0.64

問2. 次の数を、 $\sqrt{\quad}$ を使わないで表しなさい。

(ア) $\sqrt{81}$

(イ) $\sqrt{0.16}$

(ウ) $-\sqrt{\frac{4}{25}}$

(エ) $\pm\sqrt{49}$

問3. $(\sqrt{6})^2$ の値を求めなさい。また、 $(-\sqrt{6})^2$ の値を求めなさい。

問4. 次の数を、小さい方から順に並べなさい。

$$0, -\sqrt{5}, 3, -\sqrt{2}, \sqrt{6}, \sqrt{2}, -2, 1$$

問5. 次の数を、小さい方から順に並べなさい。

$$\sqrt{\frac{3}{5}}, \frac{3}{\sqrt{5}}, \frac{\sqrt{3}}{5}, \frac{3}{5}$$

① 2乗すると

② 通分すると

③ 小さい順は

④ 答

問6. 次の文のうち、正しいものには○をつけて下さい。また、正しくないものは正しい文章になるように直しなさい。なお、正しくないものは、2通りの直し方をして下さい。

(ア) 16の平方根は±4である。

(イ) $\sqrt{9} = \pm 3$ である。

(ウ) $\sqrt{0.04} = 0.02$ である。

(エ) $\sqrt{(-7)^2} = 7$ である。

(オ) 4の平方根は± $\sqrt{2}$ である。

(カ) 64の平方根は8 である。

(キ) $-\sqrt{49} = -7$ である。

(ク) $\pm\sqrt{36} = \pm 6$ である。

解答：練習問題

問1. ルートを使わないと表せない場合のみルートを使います。

- (ア) 400の平方根は ± 20 (イ) 21 の平方根は $\pm\sqrt{21}$
(ウ) $\frac{9}{49}$ の平方根は $\pm\frac{3}{7}$ (エ) 0.9 の平方根は $\pm\sqrt{0.9}$
(オ) 0 の平方根は0 (カ) 0.64 の平方根は ± 0.8

問2. 次の数を、 $\sqrt{\quad}$ を使わないで表しなさい。

- (ア) $\sqrt{81} = 9$ (イ) $\sqrt{0.16} = 0.4$ (ウ) $-\sqrt{\frac{4}{25}} = -\frac{2}{5}$ (エ) $\pm\sqrt{49} = \pm 7$

問3. $(\sqrt{6})^2 = 6$ $(-\sqrt{6})^2 = 6$

問4. 次の数を、小さい方から順に並べなさい。

$$-\sqrt{5}, \quad -2, \quad -\sqrt{2}, \quad 0, \quad 1, \quad \sqrt{2}, \quad \sqrt{6}, \quad 3$$

問5. 次の数を、小さい方から順に並べなさい。

- $\sqrt{\frac{3}{5}}, \quad \frac{3}{\sqrt{5}}, \quad \frac{\sqrt{3}}{5}, \quad \frac{3}{5}$
- ① 2乗すると $\frac{3}{5}, \quad \frac{9}{5}, \quad \frac{3}{25}, \quad \frac{9}{25}$
- ② 通分すると $\frac{15}{25}, \quad \frac{45}{25}, \quad \frac{3}{25}, \quad \frac{9}{25}$
- ③ 小さい順は 3番 4番 1番 2番
- ④ 答 $\frac{\sqrt{3}}{5}, \quad \frac{3}{5}, \quad \sqrt{\frac{3}{5}}, \quad \frac{3}{\sqrt{5}}$

(注)答えは1行目の与えられた値で書くこと
2乗した値(2行目)とか、通分した値(3行目)で答えないこと

問6. 次の文のうち、正しいものには○をつけて下さい。また、正しくないものは正しい文章になるように直しなさい。なお、正しくないものは、2通りの直し方をして下さい。

(ア) 16の平方根は±4である。 ○

(イ) $\sqrt{9} = \pm 3$ である。 ×

正しくは、 $\sqrt{9} = 3$ あるいは、 $\pm\sqrt{9} = \pm 3$

(ウ) $\sqrt{0.04} = 0.02$ である。 ×

正しくは、 $\sqrt{0.04} = 0.2$ あるいは、 $\sqrt{0.0004} = 0.02$

(エ) $\sqrt{(-7)^2} = 7$ である。 ○

(オ) 4の平方根は± $\sqrt{2}$ である。 ×

正しくは、4の平方根は±2 あるいは、2の平方根は± $\sqrt{2}$

(カ) 64の平方根は8 である。 ×

正しくは、64の平方根は±8 あるいは、64の正の平方根は8

(キ) $-\sqrt{49} = -7$ である。 ○

(ク) $\pm\sqrt{36} = \pm 6$ である。 ○