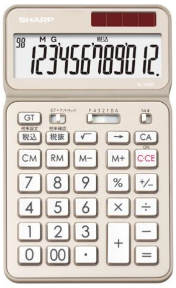
3　平方根の近似値

◎ 平方根の近似値

$\sqrt{2}$ や $\sqrt{5}$ の値は，有理数で正確に表すことはできませんが，おおよその値(近似値)を調べる方法があります。

＜求め方１＞　電卓で調べる

$\sqrt{5}$ の近似値を電卓で調べるには，電卓のキーを



$\boxed{5}$ ，$\boxed{\sqrt{\ }}$ の順に押す

電卓に表示される近似値は，ラウンドセレクターを5/4にしておくと，一番最後の桁の数字が，その下の表示されない桁の数字を四捨五入して表示されます。

＜求め方２＞　電卓で２乗を計算しながら、$\sqrt{2}$ の近似値にあてはまる値を探していく

$(\sqrt{2})^2=2$ なので、2乗して2を超したら、次の桁に進もう

(整数部分を調べる)　計算しなくても分かるけど

$1^2=1$　　$2^2=4$　　したがって　$1<\sqrt{2}<2$

なので、$\sqrt{2}=1.$○△□…となる

(小数第1位部分を調べる)　どこから調べるかが大切だ

$1.3^2=1.69$　　$1.4^2=1.96$　　$1.5^2=2.25$　　したがって　$1.4<\sqrt{2}<1.5$

$\sqrt{2}$ の小数第1位の数は「4」と分かるので、$\sqrt{2}=1.4$△□…となる

(小数第2位部分を調べる)

$1.41^2=1.9881$　　$1.42^2=2.0164$　　したがって　$1.41<\sqrt{2}<1.42$

$\sqrt{2}$ の小数第2位の数は「1」と分かるので、$\sqrt{2}=1.41$□…となる

(小数第3位部分を調べる)　どこから調べるかが大切だ

$1.412^2=1.993744$　　$1.413^2=1.996569$　　$1.414^2=1.999396$

$1.415^2=2.002225$　　したがって，$1.414<\sqrt{2}<1.415$

$\sqrt{2}$ の小数第3位の数は「4」と分かるので、$\sqrt{2}=1.414$…となる

◎ 平方根のおおよその値

問１．次の不等式にあてはまる ○ と □ の値を求めなさい。

ただし、○ と □ は１つ違いの整数とします。

(ｱ) $\bigcirc < \sqrt{2} < \square$　　(ｲ) $\bigcirc < \sqrt{6} < \square$　　(ｳ) $\bigcirc < \sqrt{19} < \square$

(ｴ) $\bigcirc < \sqrt{11} < \square$　　(ｵ) $\bigcirc < -\sqrt{2} < \square$　　(ｶ) $\bigcirc < -\sqrt{6} < \square$

問２．次の不等式にあてはまる整数 n の値を求めなさい。

(ｱ) $n < \sqrt{41} < n+1$　　(ｲ) $n < \sqrt{70} < n+1$　　(ｳ) $n < \sqrt{401} < n+1$

(ｴ) $n < -\sqrt{7} < n+1$　　(ｵ) $n < -\sqrt{20} < n+1$

解答：問１，問２

問１．○ と □ は１つ違いの整数とします

(ｱ) $\bigcirc < \sqrt{2} < \square$
　1　　2

(ｲ) $\bigcirc < \sqrt{6} < \square$
　2　　3

(ｳ) $\bigcirc < \sqrt{19} < \square$
　4　　5

(ｴ) $\bigcirc < \sqrt{11} < \square$
　3　　4

(ｵ) $\bigcirc < -\sqrt{2} < \square$
　-2　　-1

(ｶ) $\bigcirc < -\sqrt{6} < \square$
　-3　　-2

問２．

(ｱ) $n < \sqrt{41} < n+1$
$n=6$

(ｲ) $n < \sqrt{70} < n+1$
$n=8$

(ｳ) $n < \sqrt{401} < n+1$
$n=20$

(ｴ) $n < -\sqrt{7} < n+1$
$n=-3$

(ｵ) $n < -\sqrt{20} < n+1$
$n=-5$

◎ 分数を小数で表す。

分数を小数で表すと，次の2種類の小数になります。

(Ⅰ) $\dfrac{1}{5}$ ＝0.2 のように割り切れる小数を＜　　　　　　　　　＞といいます

(割りきれるには，分母が2，4，5，8，10…でないと割り切れない)

(Ⅱ) $\dfrac{1}{3}$ ＝0.33333…　のように割り切れずに

ある位より先は、決まった数字が繰り返される小数を＜　　　　　　　　　＞といいます

＜循環小数の表し方＞ 繰り返される小数部分の両端の数字の上に点をつけます。

(注)　循環する数字のすべてに印を付けてはいけません。
数学はいつも無駄な作業をなくすように作られています。
最初と最後の数字だけに印を付ければ範囲がわかりますので。

$\dfrac{2}{3}$ ＝0.66666… → $0.\dot{6}$ と表す

$\dfrac{4}{13}$ ＝0.307692307692… → $0.\dot{3}0769\dot{2}$ と表す 「307692」が繰り返されるので

循環小数は，無限に続くので（ 循環する無限小数 ）と分類します。

(注)有理数を小数で表すと必ず（Ⅰ）か（Ⅱ）のどちらかになります。その理由は？

例えば、7で割ったときの余りは、0，1，2，3，4，5，6 の7種類しかありません。
余りが運良くばらけても7回目の割り算では前に1回出てきた余りと同じ数字になります。
同じ余りが出てしまった後は繰り返しになるので，必ず循環小数になるということです。
つまり有限な数字で割れば余りも有限になるので、わりきれなければ必ず循環してしまいます。

問1．次の分数を小数で表しましょう。

(ｱ) $\dfrac{1}{4}$　　(ｲ) $\dfrac{3}{8}$　　(ｳ) $\dfrac{7}{9}$

(ｴ) $\dfrac{3}{11}$　　(ｵ) $\dfrac{7}{22}$　　(ｶ) $\dfrac{12}{7}$

◎ 小数で表したときの有理数と無理数の違い

小数は有限小数と無限小数に分けられます。
さらに無限小数は循環する無限小数(循環小数)と循環しない無限小数に分けることができます。
無理数は，正確に小数で表すことができませんが、C の循環しない無限小数に分類します。

小数
- A　有限小数　…　0.5　，0.24　，0.1
- 無限小数
  - $\boxed{\text{B　循環小数}}$　…　$0.\dot{3}$　，$0.\dot{2}\dot{9}$
  - $\boxed{\text{C 循環しない無限小数}}$　…　$\sqrt{2}$ ，$\sqrt{3}$ ，π

A・B → $\boxed{\text{有理数}}$

C → $\boxed{\text{無理数}}$

問２．次の数を有理数と無理数に分けなさい。

π ，　$\sqrt{4}$ ，　-2.9 ，　$-\sqrt{3}$ ，　$\sqrt{0.81}$ ，　$\sqrt{10}$ ，　$\dfrac{2}{3}$ ，　$\sqrt{13}$

有理数：

無理数：

問３．次の数を有限小数と循環小数と循環しない無限小数に分けなさい。

$\dfrac{1}{5}$ ，$\dfrac{1}{6}$ ，$\dfrac{1}{7}$ ，$\dfrac{1}{8}$ ，$\dfrac{1}{9}$ ，$\dfrac{1}{10}$ ，$\sqrt{5}$ ，π ，$\sqrt{24}$ ，$\sqrt{70}$

- 有限小数　…
- 循環小数　…
- 循環しない無限小数　…

問１．(ア) $\dfrac{1}{4}=0.25$　　(イ) $\dfrac{3}{8}=0.375$　　(ウ) $\dfrac{7}{9}=0.\dot{7}$

(エ) $\dfrac{3}{11}=0.\dot{2}\dot{7}$　　(オ) $\dfrac{7}{22}=0.3\dot{1}\dot{8}$　　(カ) $\dfrac{12}{7}=1.\dot{7}1428\dot{5}$

問２．有理数　$\sqrt{4}=2$ ，-2.9 ，$\sqrt{0.81}=0.9$ ，$\dfrac{2}{3}$

無理数　π ，$-\sqrt{3}$ ，$\sqrt{10}$ ，$\sqrt{13}$

問３．有限小数…$\dfrac{1}{5}$ ，$\dfrac{1}{8}$ ，$\dfrac{1}{10}$　　循環小数…$\dfrac{1}{6}$ ，$\dfrac{1}{7}$ ，$\dfrac{1}{9}$

循環しない無限小数 … $\sqrt{5}$ ，π ，$\sqrt{24}$ ，$\sqrt{70}$