

1 関数 $y = ax^2$

◎ $y = ax^2$ で表される関数の特徴

問1. 関数 $y = 3x^2$ について、次の表の空欄にあてはまる y の値を書きましょう。

また、 倍 にあてはまる数も書きましょう。

x	1	2	3	4	5	6	7	8
x^2	1	4						
$y (= 3x^2)$	3	12						

☆ 関数 $y = 3x^2$ ($y = ax^2$) で、 x と y の関係を見てみると

x の値を2倍すると、 y の値は 倍になる。

x の値を3倍すると、 y の値は 倍になる。

x の値を n 倍すると、 y の値は 倍になる。

} y は x に比例して

☆ 関数 $y = 3x^2$ ($y = ax^2$) で、 x と y の関係ではなく、 x^2 と y の関係を見てみると

x^2	1	4	9	16	25	36	49	64
$y (= 3x^2)$	3	12	27	48	75	108	147	192

x^2 の値を4倍すると、 y の値は 倍になる。

x^2 の値を9倍すると、 y の値は 倍になる。

x^2 の値を n 倍すると、 y の値は 倍になる。

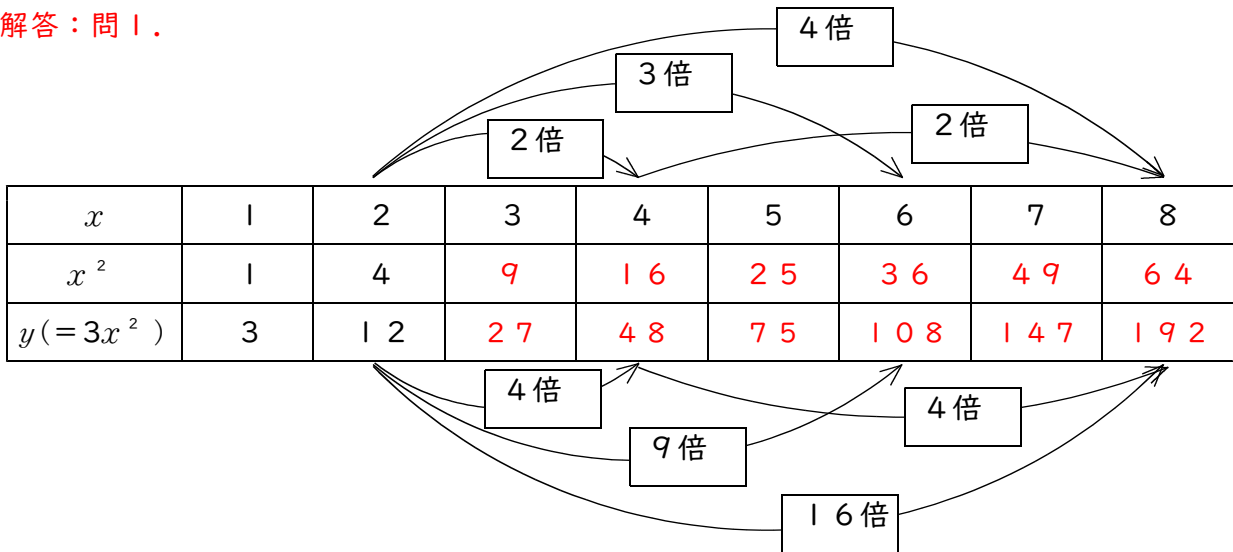
} y は x に比例して

$y = ax^2$ では、対応する x^2 と y の値の商 $\frac{y}{x^2}$ は一定で a になるので、

x^2 と y との関係は とも表される。(a を比例定数という)

$y = ax^2$ と $\frac{y}{x^2} = a$ は、同じ内容を表しているのですが、場合によって使い分けることができると、問題が解きやすくなります。しかし、 y を x の式で表しなさいと聞かれたら、 $y = ax^2$ の式でない間違えとなりますので注意しましょう。

解答：問1.

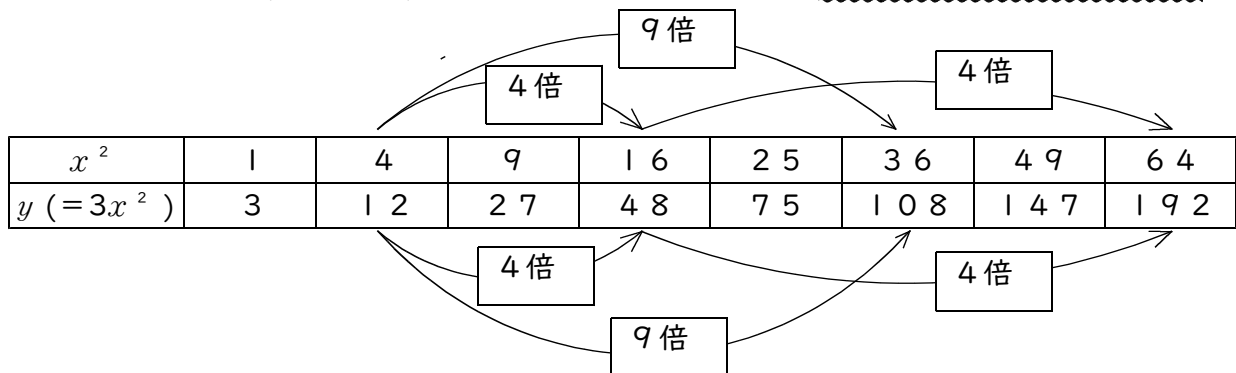


☆ 関数 $y = 3x^2$ ($y = ax^2$) で、 x と y の関係を見てみると

x の値を 2 倍すると、 y の値は 4 倍になる。
 x の値を 3 倍すると、 y の値は 9 倍になる。
 x の値を n 倍すると、 y の値は n^2 倍になる。

} y は x に比例して いない

☆ 関数 $y = 3x^2$ ($y = ax^2$) で、 x と y の関係ではなく、 x^2 と y の関係を見てみると



x^2 の値を 4 倍すると、 y の値は 4 倍になる。
 x^2 の値を 9 倍すると、 y の値は 9 倍になる。
 x^2 の値を n 倍すると、 y の値は n 倍になる。

} y は x に比例して いる

$y = ax^2$ では、対応する x^2 と y の値の商 $\frac{y}{x^2}$ は一定で a になるので、

x^2 と y との関係は $\frac{y}{x^2} = a$ とも表される。(a を比例定数という)

◎ $y = ax^2$ で、 y は x の 2 乗に比例すると考える

1 年生の復習

x, y の関係が、 $y = ax$ (a は定数) で表されるとき、

といい、 a を比例定数 といいました。

例：Aさんは、毎月500円貯金をしていく予定です。 x ヶ月後の貯金額を y 円とすると、 $y = 500x$ となります。

・ x の値が2倍、3倍になると、 y の値も () 倍、 () 倍になる。

・ x の値が1増加すると、 y の値は () 増加する。

2 年生の復習

x, y の関係が、 $y = ax + b$ (a, b は定数) で表されるとき、

であるといえます。

この場合、 y は x に比例していません。

例：Aさんは、現在2000円の貯金があります。これから毎月500円貯金をしていく予定で
する。 x ヶ月後の貯金額を y 円とすると、 $y = 500x + 2000$ となります。

・ x の値が1増加すると、 y の値は () 増加する。

3 年生の学習

x, y の関係が、 $y = ax^2$ (a は定数) で表されるとき、

という。なお、 y は x には比例していません。

このとき、 a を比例定数といえます。

1 年生の復習

x, y の関係が、 $y = \frac{a}{x}$ (a は定数) で表されるとき、

といい、 a を比例定数 といいました。

例：面積が 24cm^2 の長方形があります。縦の長さ x cm、横の長さを y cm とすると

$xy = 24$ なので $y = \frac{24}{x}$ となります。

・ x の値が2倍、3倍になると、 y の値は () 倍、 () 倍になる。

解答：

1年生の復習

x, y の関係が、 $y = ax$ (a は定数) で表されるとき、

y は x に比例する

といい、 a を比例定数 といいました。

例：毎月500円貯金をしていく。 x ヶ月後の貯金額を y 円とすると、 $y = 500x$ となります。

- ・ x の値が2倍、3倍になると、 y の値も (2) 倍、(3) 倍になる。
- ・ x の値が1増加すると、 y の値は (500) 増加する。

2年生の復習

x, y の関係が、 $y = ax + b$ (a, b は定数) で表されるとき、

y は x の一次関数

であるといえます。 y は x に比例していません

例：Aさんは、現在2000円の貯金があります。これから毎月500円貯金をしていく予定で
する。 x ヶ月後の貯金額を y 円とすると、 $y = 500x + 2000$ となります。

- ・ x の値が1増加すると、 y の値は (500) 増加する。

3年生の学習

x, y の関係が、 $y = ax^2$ (a は定数) で表されるとき、

y は x^2 に比例する

という。なお、 y は x には比例していません。

このとき、 a を比例定数といえます。

昔は、中3で $y = ax^2 + bx + c$ を学習していたので、二次関数という名前を使うことが
できました。現在は、 $y = ax^2$ の内容しか学習しないので、二次関数という用語は厳密に
言えば、当てはまりません。苦し紛れの名前が、 y は x^2 に比例するとなっています。

1年生の復習

x, y の関係が、 $y = \frac{a}{x}$ (a は定数) で表されるとき、

y は x に反比例する

といい、 a を比例定数 といいました。

例：面積が24cm²の長方形があります。縦の長さ x cm、横の長さを y cm とすると

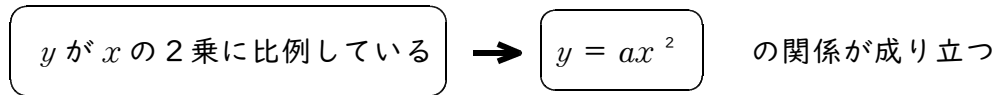
$xy = 24$ なので $y = \frac{24}{x}$ となります。

- ・ x の値が2倍、3倍になると、 y の値は ($\frac{1}{2}$) 倍、($\frac{1}{3}$) 倍になる。

◎ 与えられた条件から $y = ax^2$ の式を求める

例1. y が x の2乗に比例していて、 $x = 2$ のとき、 $y = 28$ です。

このとき、 x, y の関係を式に表しなさい。 また、 $x = -3$ のときの y の値 を求めなさい。



$y = ax^2$ の式に

$x = 2, y = 28$ を代入して $28 = 4a$

$a = 7$

x, y の関係は、 $y = 7x^2$ となる

x, y の関係が、 $y = 7x^2$ と分かったので

この式に $x = -3$ を代入して $y = 7 \times (-3)^2$

$y = 7 \times 9$

$y = 63$

問1. 次の問いをノートに解きましょう。(I)~(キ)は復習問題です。

(ア) y は x の2乗に比例し、 $x = -3$ のとき、 $y = 72$ のとき、 x, y の関係を式に表しなさい。

(イ) 関数 $y = ax^2$ で、 $x = 2$ のとき、 $y = -8$ であるとき、 x, y の関係を式に表しなさい。

(ウ) 関数 $y = ax^2$ で、 x と y の関係が次の表のようになるとき、表の空欄をうめなさい。

↓ 正の数とする

x	-3	0.5	1	2	
y		0.5		8	50

(エ) y は x に比例し、 $x = -2$ のとき $y = 8$ である。 $x = 4$ のとき、 y の値を求めなさい。

(オ) y は x に反比例し、 $x = -2$ のとき $y = 8$ である。 $x = 4$ のとき、 y の値を求めなさい。

(カ) 傾きが $\frac{2}{3}$ 、切片が5の直線において、 $x = 6$ のとき、 y の値を求めなさい。

(キ) 2点(2, 2), (4, 3)を通る直線において、 $x = 6$ のとき、 y の値を求めなさい。

解答：問1.

(ア) y は x の2乗に比例し、 $x = -3$ のとき、 $y = 72$ のとき、 x, y の関係を式に表しなさい。

$$y = ax^2 \text{ の式に、 } x = -3, y = 72 \text{ を代入すると } 72 = 9a$$

$$a = 8 \quad \text{式は、 } y = 8x^2$$

(イ) 関数 $y = ax^2$ で、 $x = 2$ のとき、 $y = -8$ であるとき、 x, y の関係を式に表しなさい。

$$y = ax^2 \text{ の式に、 } x = 2, y = -8 \text{ を代入すると } -8 = 4a$$

$$a = -2 \quad \text{式は、 } y = -2x^2$$

(ウ) 関数 $y = ax^2$ で、 x と y の関係が次の表のようになるとき、表の空欄をうめなさい。

↓ 正の数とする

x	-3	0.5	1	2	5
y	18	0.5	2	8	50

$$y = ax^2 \text{ の式に、 } x = 2, y = 8 \text{ を代入すると } 8 = 4a \quad a = 2 \quad \text{式は、 } y = 2x^2$$

$$y = 2x^2 \text{ に } x = -3, 1 \text{ の値を代入して、 } y = 18, 2$$

$$y = 2x^2 \text{ に } y = 50 \text{ の値を代入して、 } 50 = 2x^2$$

$$x^2 = 25 \quad x = \pm 5 \quad \text{正の数なので、 } x = 5$$

(エ) y は x に比例し、 $x = -2$ のとき $y = 8$ である。 $x = 4$ のとき、 y の値を求めなさい。

$$y = ax^2 \text{ の式に、 } x = -2, y = 8 \text{ を代入すると } 8 = 4a \quad a = 2 \quad \text{式は、 } y = 2x^2$$

$$\text{式に } x = 4 \text{ を代入して } y = 7 \times 4^2 = 7 \times 16 = 112$$

(オ) y は x に反比例し、 $x = -2$ のとき $y = 8$ である。 $x = 4$ のとき、 y の値を求めなさい。

$$xy = a \text{ の式に、 } x = -2, y = 8 \text{ を代入すると } xy = -16$$

$$\text{したがって、反比例の式は } y = -\frac{16}{x} \quad \text{この式に } x = 4 \text{ を代入して } y = -4$$

(カ) 傾きが $\frac{2}{3}$ 、切片が5の直線において、 $x = 6$ のとき、 y の値を求めなさい。

$$\text{直線の式が } y = \frac{2}{3}x + 5 \text{ と分かるので、 } x = 6 \text{ を代入して } y = 9$$

(キ) 2点(2, 2), (4, 3)を通る直線において、 $x = 6$ のとき、 y の値を求めなさい。

$$2 \text{ 点 } (2, 2), (4, 3) \text{ を通るので、直線の傾きは } \frac{1}{2}$$

$$\text{傾きが } \textcircled{2} \text{ コイッテ } \textcircled{1} \text{ アガルので、切片は } 2 - 1 = 1$$

$$\text{直線の式が } y = \frac{1}{2}x + 1 \text{ と分かったので、この式に } x = 6 \text{ を代入して } y = 4$$

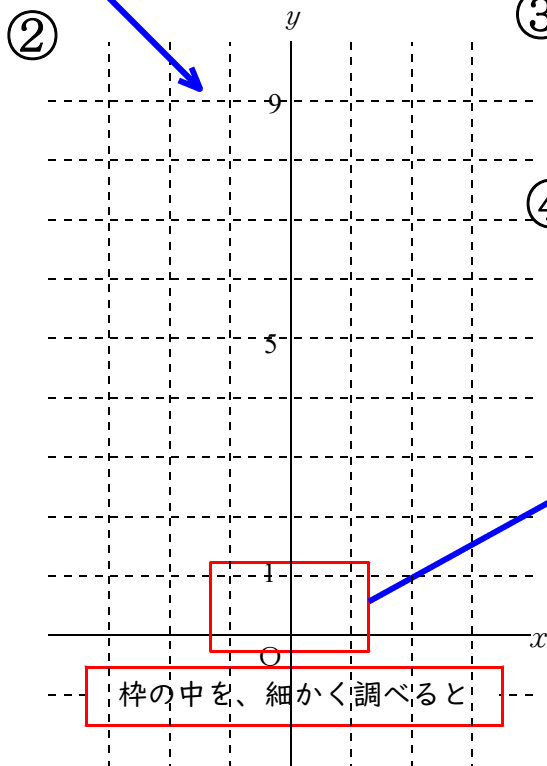
2 関数 $y = ax^2$ のグラフ

◎ 関数 $y = x^2$ のグラフとその特徴と書き方

- ① 関数 $y = x^2$ について、下の表を完成させる。
- ② ①の表から、 x 、 y の値の組を座標とする点をグラフにとる。
- ③ x の値が-1から1の間の値を0.1刻みにて表にする。スペースの関係で正の数のみ表にする。
- ④ ③の表から、 x 、 y の値の組を座標とする点をグラフにとる。
- ⑤ 遠くの点を見ながら、滑らかな曲線になるように繋げる。
- ⑥ 最後に全体を書いてみる。

①

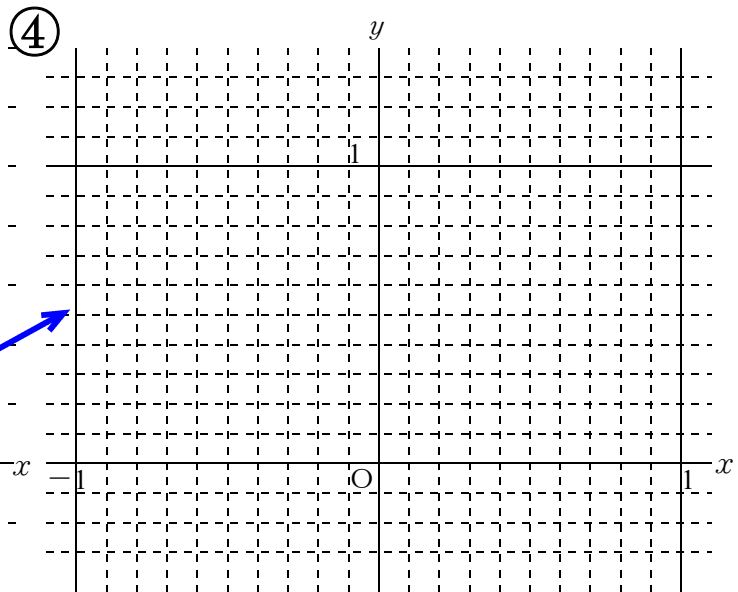
x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9						9	...



③ さらに一部分を詳しく調べると

x	-1	-0.5	-0.2	-0.1	0	0.1	0.2	0.5	1
y	1				0				1

表に書き切れない数字も計算して点を取って下さい



関数 $y = x^2$ のグラフについては、次のことがいえます。

◆ x の値が3と-3のように絶対値が等しく、符号が反対のとき、

x の値に対応する y の値は (等しく) になります。

このような x 、 y の値の組を座標とする2点は、 y 軸で折り返すとぴったりと重なります。

関数 $y = x^2$ のグラフは、

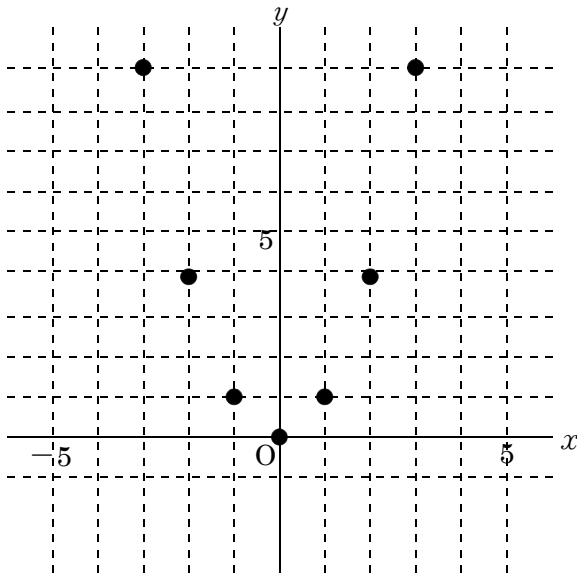
- ① (y 軸) を対称の軸として (線対称) になります。
- ② (原点) を通り、すべて (x 軸) の上側にあります。

解答：

①

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9	4	1	0	1	4	9	...

②

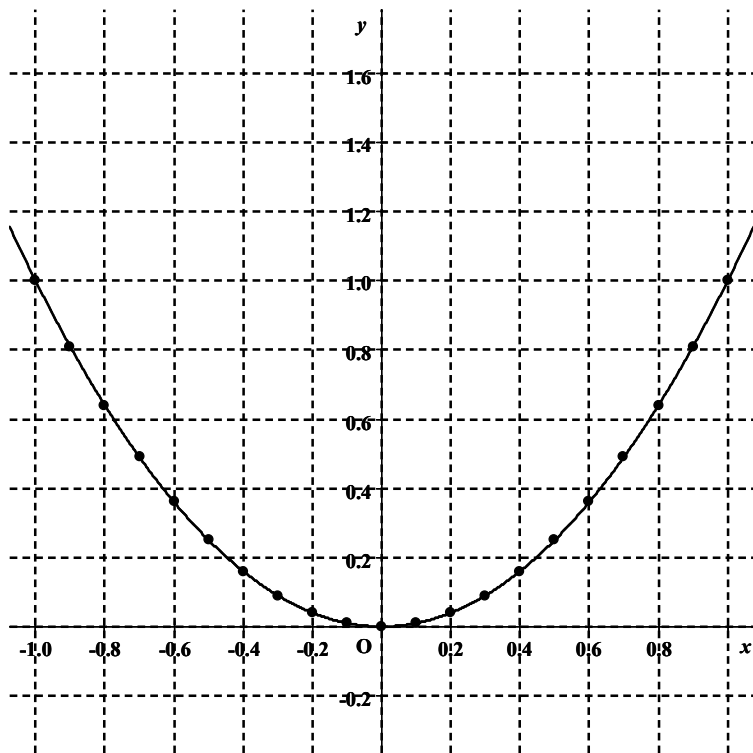


③

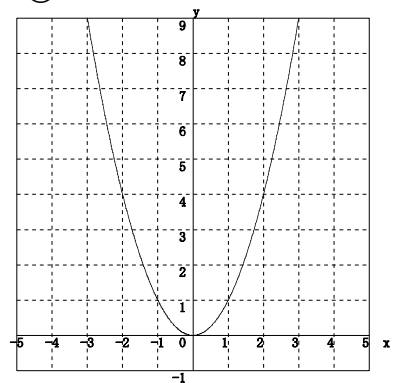
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
y	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36	0.49	0.64	0.81	1

④

⑤



⑥



◎ 関数 $y = ax^2$ において、 a の値を変化させる

a の値を 1, 2, $\frac{1}{2}$ と変化させて、 $y = x^2$ と $y = 2x^2$ と $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフを比べます。

グラフを書くために表を作成し、3本のグラフを同じグラフ用紙に書きましょう。

$a = 1$

x	...	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	...
$y = x^2$...	4	2.25				0.25	1			...

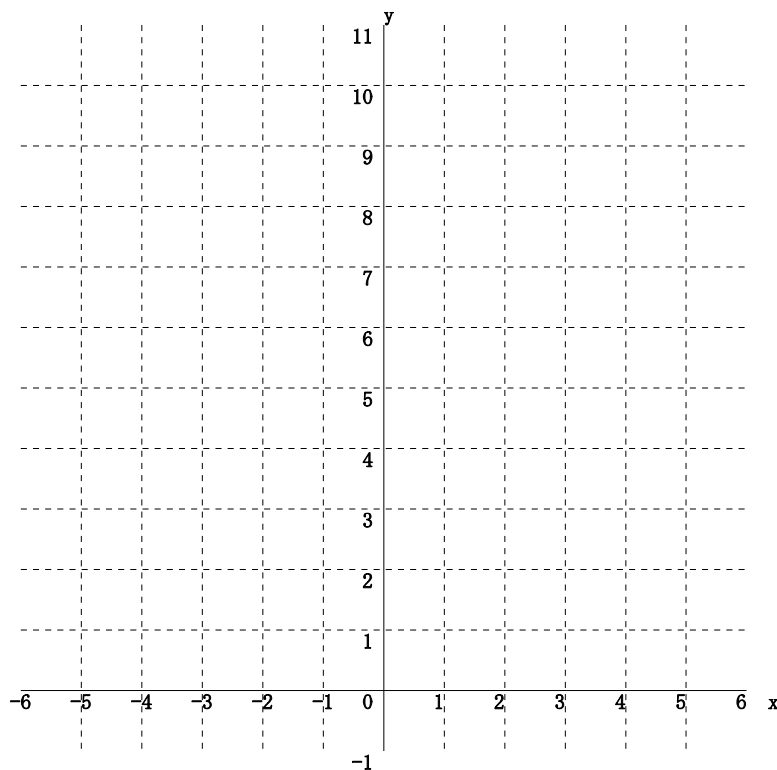
$a = 2$

x	...	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	...
$y = 2x^2$...	8	4.5		0.5			2			...

$a = \frac{1}{2}$

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$y = \frac{1}{2}x^2$...		$\frac{9}{2}$				$\frac{1}{2}$...

グラフは、グラフ用紙の隅まで書くこと！ グラフの傍にグラフの式を書いておこう！



3本ともグラフは（ ）開いている

3本ともグラフは x 軸の（ ）にある

$a > 0$ のとき a の値が大きくなるとグラフの開き方が（ ）なる

解答：

$$a = 1$$

x	...	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	...
$y = x^2$...	4	2.25	1	0.25	0	0.25	1	2.25	4	...

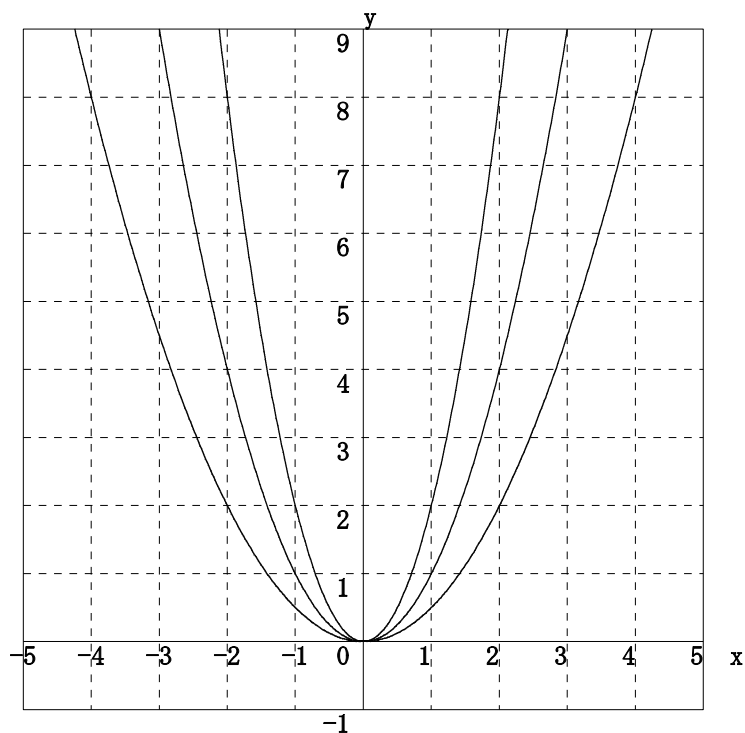
$$a = 2$$

x	...	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	...
$y = 2x^2$...	8	4.5	2	0.5	0	0.5	2	4.5	8	...

$$a = \frac{1}{2}$$

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$y = \frac{1}{2}x^2$...	8	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$	8	...

①の式は $y = x^2$ ②の式は $y = 2x^2$ ③の式は $y = \frac{1}{2}x^2$



3本ともグラフは（上に）開いている

3本ともグラフは x 軸の（上側）にある

$a > 0$ のとき a の値が大きくなるとグラフの開き方が（狭く）なる

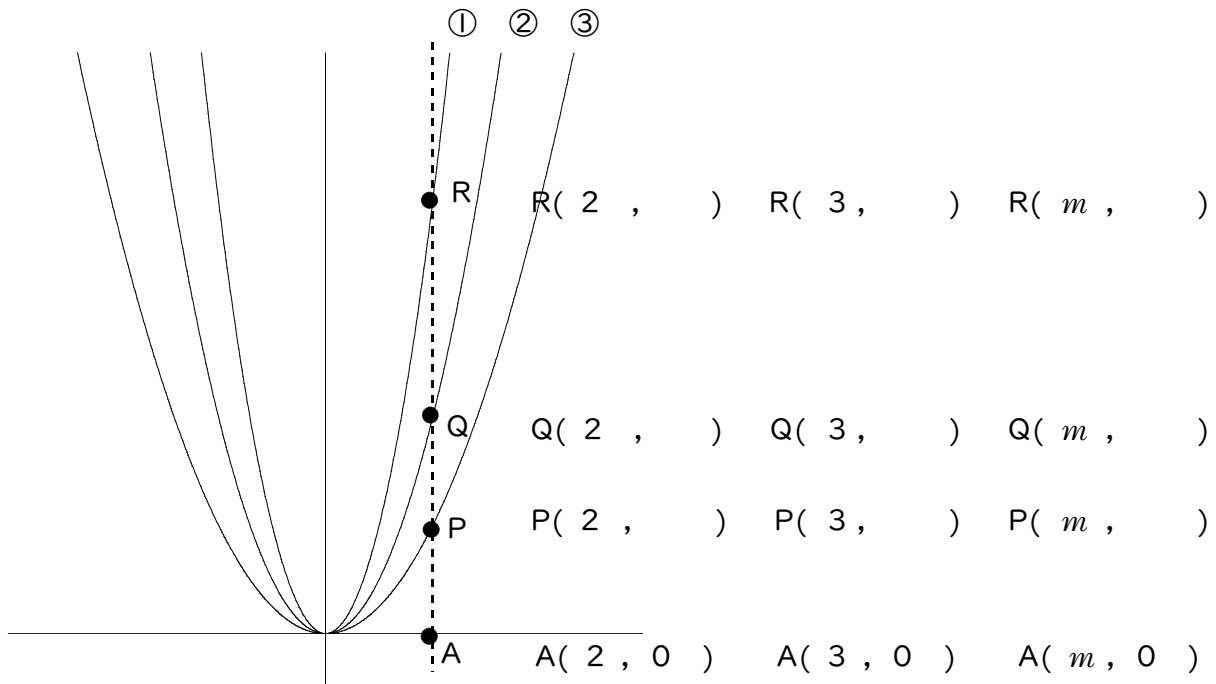
◎ グラフ上の点の座標を求め、座標から線分の長さや線分の長さの比を求める

(入試問題では必須の考え方)

①の式は、 $y = 2x^2$ ②の式は、 $y = x^2$ ③の式は、 $y = \frac{1}{2}x^2$

同じ x の値に対応するグラフ上の点をそれぞれ P, Q, R, とするとき、

- (ア) $A(2, 0)$ とするとき、P, Q, R の座標を求めなさい。
- (イ) $A(3, 0)$ とするとき、P, Q, R の座標を求めなさい。
- (ウ) $A(m, 0)$ とするとき、P, Q, R の座標を求めなさい。



$a > 0$ のとき、 a の値が大きくなると、同じ x の値に対応する y の値は () なる。

- (ア) $A(2, 0)$ とすると、 $P(2, 2)$ $Q(2, 4)$ $R(2, 8)$
- (イ) $A(3, 0)$ とすると、 $P(3, 9)$ $Q(3, 9)$ $R(3, 32)$
- (ウ) $A(m, 0)$ とすると、 $P(m, \frac{1}{2}m^2)$ $Q(m, m^2)$ $R(m, 2m^2)$

AP, AQ, AR の長さの比を比べると、 x の位置が変わっても、比が同じ値になる

- (ア) $AP : AQ = 2 : 4 = 1 : 2$ $AP : AR = 2 : 8 = 1 : 4$
 $AQ : AR = 4 : 8 = 1 : 2$
- (イ) $AP : AQ = 9 : 16 = 1 : 2$ $AP : AR = 9 : 32 = 1 : 4$
 $AQ : AR = 16 : 32 = 1 : 2$
- (ウ) $AP : AQ = \frac{1}{2}m^2 : m^2 = 1 : 2$ $AP : AR = \frac{1}{2}m^2 : 2m^2 = 1 : 4$
 $AQ : AR = m^2 : 2m^2 = 1 : 2$

◎ 関数 $y = ax^2$ において、 a の値の符号を変える

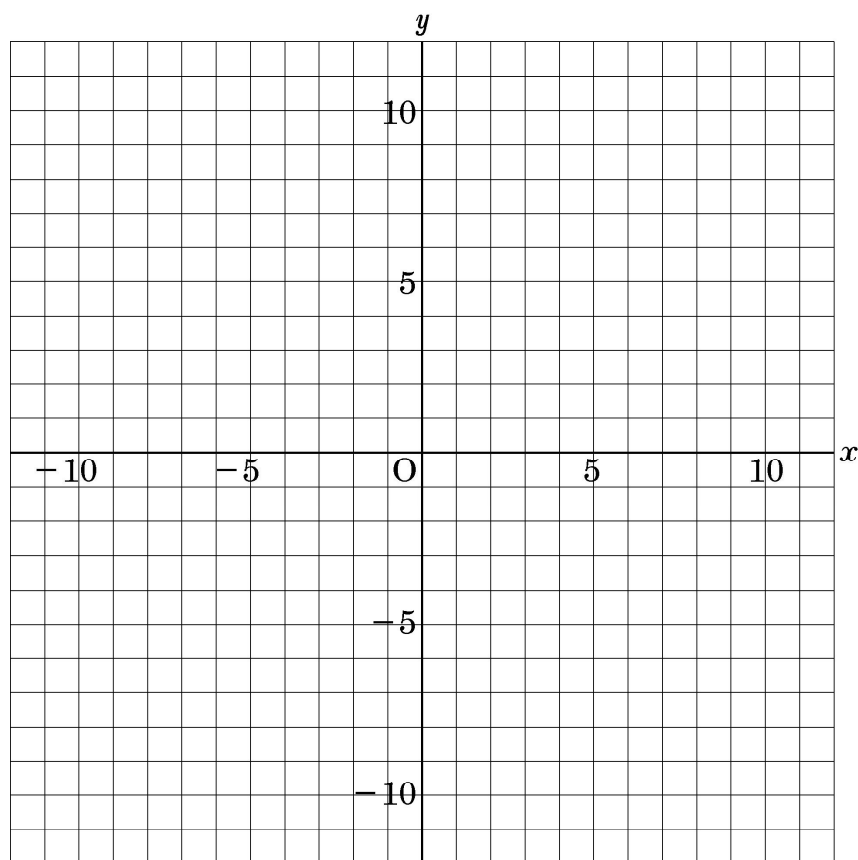
a の値を 1 、 -1 とし、 $y = x^2$ と $y = -x^2$ のグラフを比べてみる

関数 $y = x^2$ 、 $y = -x^2$ について、下の表を完成させ

その表をもとにして、2本のグラフを同じグラフ用紙に書き、違いを調べましょう。

x	...	-3	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	3	...
$y = x^2$...		4	2.25				0.25	1				...

x	...	-3	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	3	...
$y = -x^2$...		-4	-2.25				-0.25					...



$y = x^2$ と $y = -x^2$ のグラフの同じ x の値に対応する y の値を比べると、

- ・ y の値は () が等しく、() が反対になっている。
- ・ 同じ x の値に対応する2点は、() について、対称な位置にある。
- ・ したがって、この2つのグラフは、() について、() である。

関数 $y = -x^2$ のグラフは、

- ・ () を対称の軸として () となります。
- ・ () を通り、すべて x 軸の () にあります。

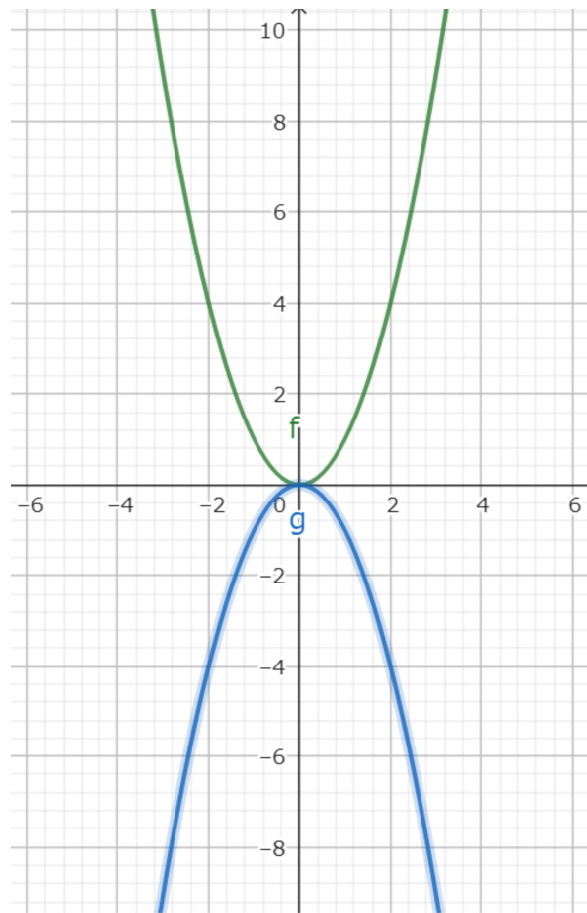
解答

$a = 1$

x	...	-3	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	3	...
$y = x^2$...	9	4	2.25	1	0.25	0	0.25	1	2.25	4	9	...

$a = -1$

x	...	-3	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	3	...
$y = -x^2$...	-9	-4	-2.25	-1	-0.25	0	-0.25	-1	-2.25	-4	-9	...



$y = x^2$ と $y = -x^2$ のグラフの同じ x の値に対応する y の値を比べると、

- ・ y の値は (絶対値) が等しく、(符号) が反対になっている。
- ・ 同じ x の値に対応する2点は、(y 軸) について、対称な位置にある。
- ・ したがって、この2つのグラフは、(x 軸) について、(線対称) である。

関数 $y = -x^2$ のグラフは、

- ・ (y 軸) を対称の軸として (線対称) となります。
- ・ (原点) を通り、すべて x 軸の (下側) にあります。

問2. 次の各問いに答えましょう。

(ア) $y = 3x^2$ のグラフにおいて、 $x = 1$ のときの y の値と、 $x = 4$ のときの y の値と比べるとどちらの y の値の方が大きいですか。

(イ) $y = 3x^2$ のグラフにおいて、 $x = -5$ のときの y の値と、 $x = 4$ のときの y の値と比べると、どちらの y の値の方が大きいですか。

(ウ) $y = -2x^2$ のグラフにおいて、 $x = -1$ のときの y の値と、 $x = 3$ のときの y の値と比べると、どちらの y の値の方が小さいですか。

(エ) $y = -\frac{14}{3}x^2$ のグラフにおいて、 $x = -4$ のときの y の値と、 $x = 3$ のときの y の値と比べると、どちらの y の値の方が小さいですか。

問3. 次の関数の中から、(ア)~(ウ)にあてはまるものをすべて選びましょう。

① $y = -\frac{3}{2}x^2$ ② $y = \frac{3}{5}x^2$ ③ $y = -3x^2$ ④ $y = 2x^2$

(ア) グラフが上に開く

(イ) グラフが $y = 3x^2$ のグラフと x 軸について対称である

(ウ) グラフの開き方が $y = x^2$ のグラフより大きい

解答：問2.

- (ア) $x = 1$ のとき、 $y = 3$ 、 $x = 4$ のとき、 $y = 48$ でも良いが、 y 軸から離れているのは $x = 4$
(イ) $x = -5$ と $x = 4$ のときの y の値は、 y 軸と離れている方が大きくなるので、 $x = -5$
(ウ) $x = -1$ のとき、 $y = -2$ 、 $x = 3$ のとき、 $y = -18$ か、 y 軸から離れているのは $x = 3$
(エ) $x = -4$ と $x = 3$ のときの y の値は、 y 軸と離れている方が小さくなるので、 $x = -4$

問3.

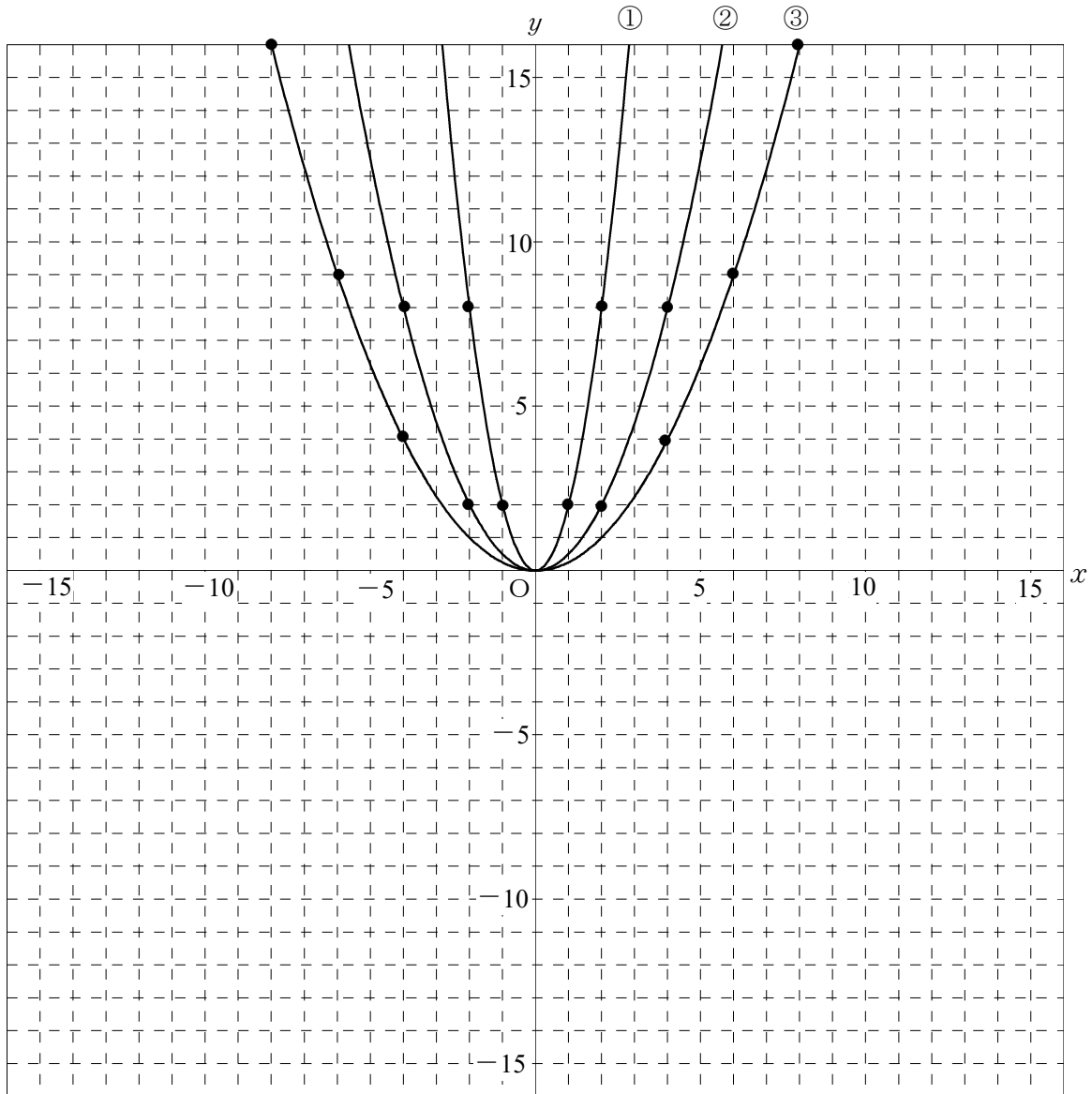
- (ア) グラフが上に開くのは、 $a > 0$ のグラフなので、②と④
(イ) グラフが $y = 3x^2$ のグラフと x 軸について対称なのは、 $a = -3$ になるので ③
(ウ) グラフの開き方が $y = x^2$ のグラフより大きいのは、 $-1 < a < 1$ のときなので ②

◎ 関数 $y = ax^2$ のグラフを書くときに、 x 軸について対称であることを利用する

問 4. 次のグラフ用紙に、(ア) $y = -2x^2$ 、(イ) $y = -\frac{1}{2}x^2$ 、(ウ) $y = -\frac{1}{4}x^2$ のグラフを書きなさい。

なお、① $y = 2x^2$ 、② $y = \frac{1}{2}x^2$ 、③ $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフが書き込んであります。

$y = x^2$ と $y = -x^2$ のグラフは、 x 軸について対称であることを利用して書きましょう。

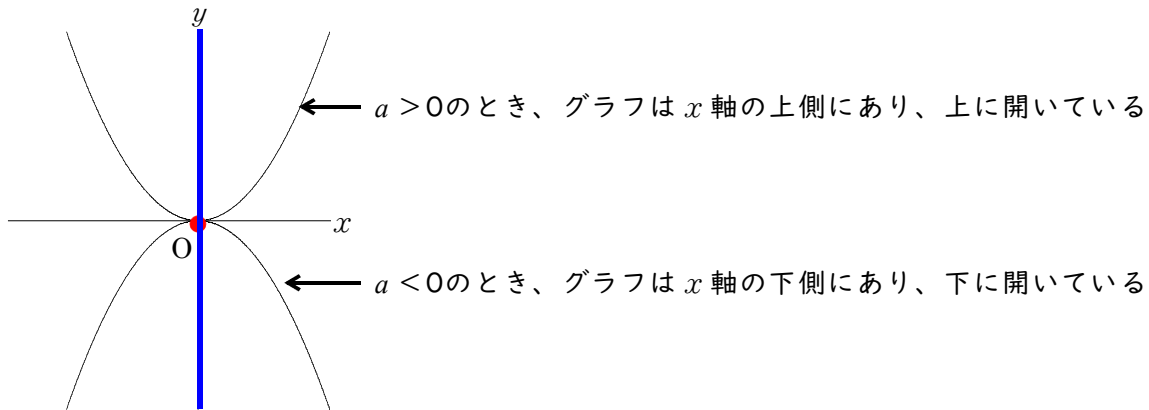


◎ 関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴

$y = ax^2$ のグラフはなめらかな曲線になっていて、この曲線のことを（放物線）という。放物線は、限りなくのびた曲線で、線対称な図形である。

その対称の軸を（放物線の軸）といい、その軸と放物線との交点を（放物線の頂点）という。

中学校の学習範囲では、放物線の軸は必ず y 軸に、放物線の頂点は必ず原点になります。



関数 $y = ax^2$ のグラフは、比例定数 a の絶対値が大きいくほど、開き方が大きくなる

問5. 次の(ア)~(イ)の関数について、下の各問いに答えなさい。

(ア) $y = 3x^2$ (イ) $y = -2x^2$ (ウ) $y = x^2$ (エ) $y = -3x^2$

(1) グラフが x 軸の下側にあるものはどれですか。

(2) 2つのグラフが x 軸を対称の軸として線対称であるのは、どれとどれですか。

(3) グラフが点 $(-2, -8)$ を通るのは、どれですか。

(4) グラフが $y = \frac{5}{2}x^2$ のグラフよりも、グラフの開き方が小さいものはどれですか。

解答：問5.

(1) グラフが x 軸の下側にあるものは (イ)と(エ)

(2) x 軸を対称の軸として線対称であるものは (ア)と(エ)

(3) グラフが点 $(-2, -8)$ を通るのは (イ)

(4) $y = \frac{5}{2}x^2$ のグラフよりも、グラフの開き方が小さいものは (ア)と(エ)