

11 相似の応用・利用問題

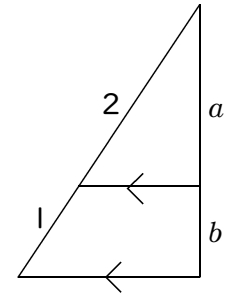
◎ 相似な図形の性質を用いて、辺の比や長さを求める I

問1. 次の各問いに答えましょう。

(ア) 線分ABを2:1に分けて下さい。(三角定規とコンパスを使って)

A _____ B

<ヒント>



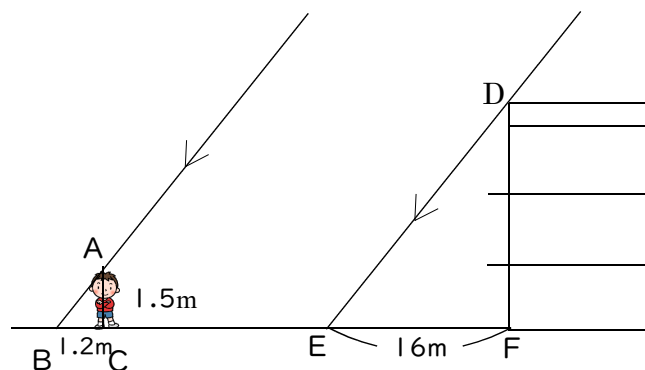
$$2 : 1 = a : b$$

(イ) 線分ABを2:3に分けて下さい。(三角定規とコンパスを使って)

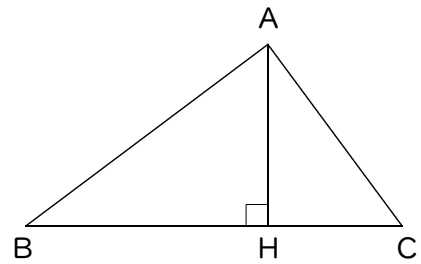
A _____ B

問2. 身長1.5mの陽子さん(AC)が自分の影の長さBCと、校舎の影の長さEFを測ったところ、 $BC = 1.2\text{m}$ 、 $EF = 16\text{m}$ であった。校舎の高さDFを影の長さを使って求めましょう。

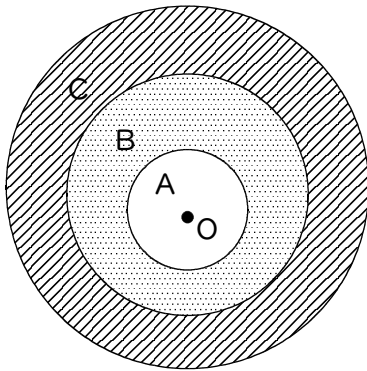
(太陽光線は平行であると考えます) <ヒント> : $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



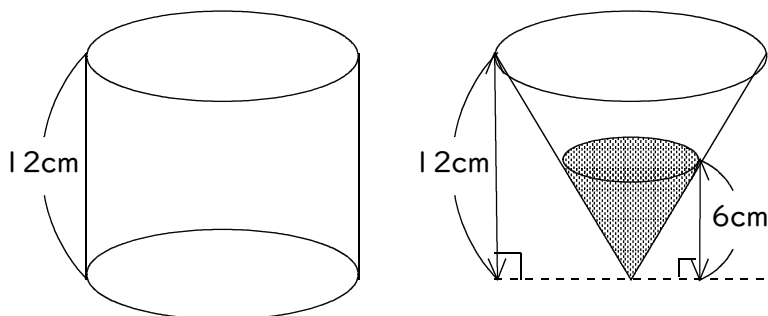
問3. $\angle A = 90^\circ$ 、 $AB = 20\text{cm}$ 、 $AC = 15\text{cm}$ 、 $BC = 25\text{cm}$ の直角三角形ABCで、
AからBCに垂線をひき、その交点をHとするとき、
 $\triangle ABC$ と $\triangle ABH$ の面積の比を求めましょう。



問4. 図のように、点Oを中心として、半径が10cm、20cm、30cmの3つの円があります。
このとき、Bの部分の面積とCの部分の面積は、それぞれ、Aの部分の面積の何倍になりますか。



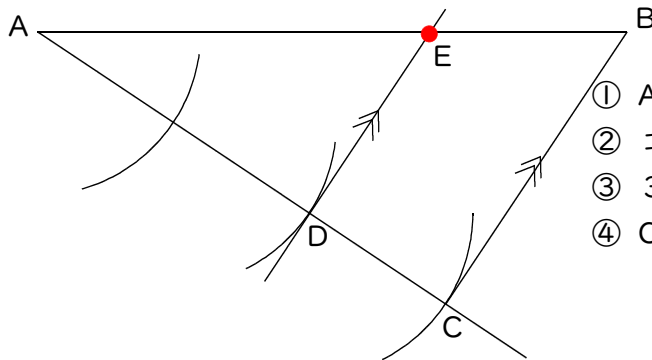
問5. 底面が合同な円で、高さが12 cmの円錐と円柱の容器があります。この円錐の容器に深さの6 cmまで入っている水を円柱の容器に入れると、水の深さは、何cmになりますか。



解答：

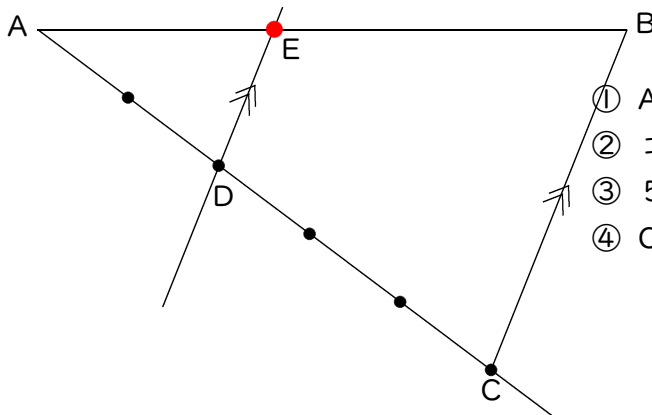
問1.

(ア) 線分ABを2：1に分けて下さい。(三角定規とコンパスを使って)



- ① Aから任意の長さの線分を引く
- ② コンパスでからA等しい距離を3つ分取る
- ③ 3つ目の点をCとしてBと結ぶ
- ④ $CB \parallel DE$ となるように、Eを取る

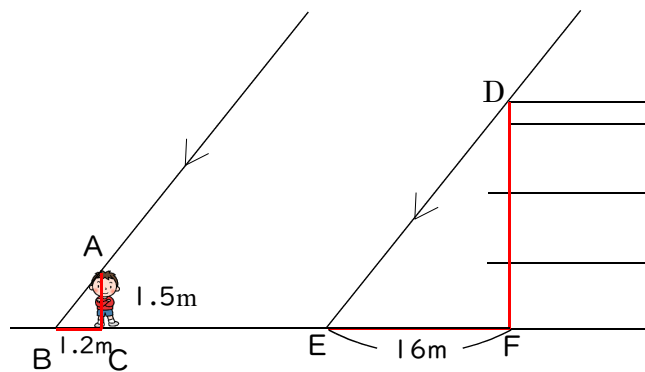
(イ) 線分ABを2：3に分けて下さい。(三角定規とコンパスを使って)



- ① Aから任意の長さの線分を引く
- ② コンパスでからA等しい距離を5つ分取る
- ③ 5つ目の点をCとしてBと結ぶ
- ④ $CB \parallel DE$ となるように、Eを取る

問2. 校舎の高さDFを影の長さを使って求めましょう。

<ヒント>： $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



DF = x m とすると $1.2 : 1.5 = 16 : x$

< $1.2 : 1.5 = 12 : 15 = 4 : 5$ と出来るといいね >

$4 : 5 = 16 : x$

$4x = 5 \cdot 16$

$x = 5 \times 4$

$x = 20$

20 m

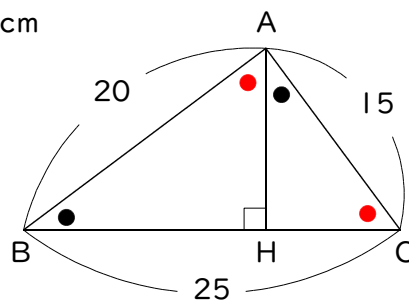
問3. $\angle A = 90^\circ$, $AB = 20$ cm, $AC = 15$ cm, $BC = 25$ cm

$\triangle ABC \sim \triangle ABH$ で

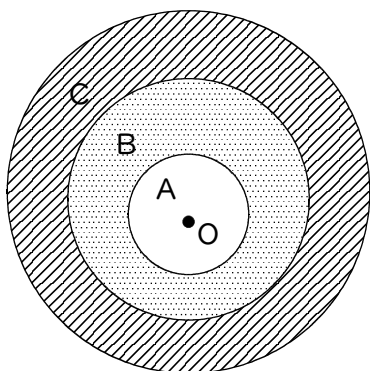
$BC = 25$, $BA = 20$ が対応している辺なので

相似比 $25 : 20 = 5 : 4$

面積比は $25 : 16$



問4. 図のように、点Oを中心として、半径が10cm、20cm、30cmの3つの円があります。Bの部分の面積とCの部分の面積は、それぞれ、Aの部分の面積の何倍になりますか。



$A \sim (A+B) \sim (A+B+C)$

相似比は, $1 : 2 : 3$

面積比は, $1 : 4 : 9$

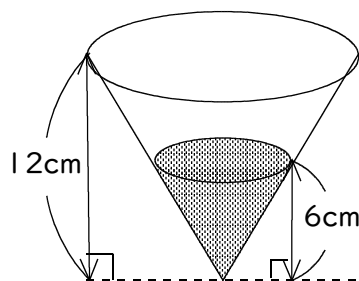
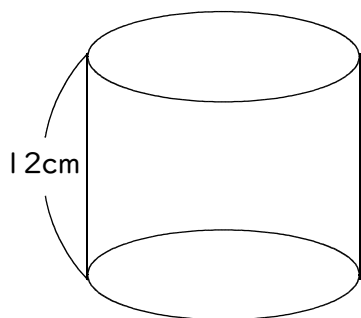
Bの部分の面積は, $4 - 1 = 3$

Aの部分の面積の3倍

Cの部分の面積は, $9 - 4 = 5$

Aの部分の面積の5倍

問5. 底面が合同な円で、高さが12 cmの円錐と円柱の容器があります。この円錐の容器に深さの6 cmまで入っている水を円柱の容器に入れると、水の深さは、何cmになりますか。



円錐2つの相似比が1 : 2より、体積比は1 : 8なので、

入っている水の量は、円錐全体に入る水の量の $\frac{1}{8}$

円錐全体に入る水の量は、円柱の容器に入る水の量の $\frac{1}{3}$

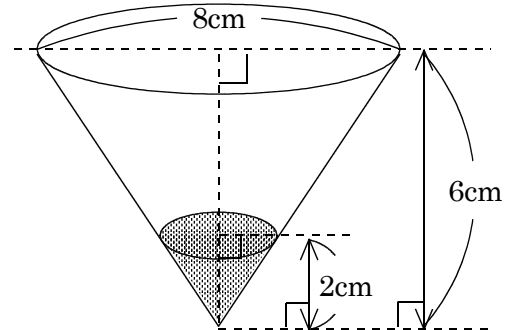
入っている水の量は、円柱の容器に入る水の量の $\frac{1}{24}$

水の深さは, $12\text{cm} \times \frac{1}{24} = \frac{1}{2}\text{cm}$

◎ 相似な図形の性質を用いて、辺の比や長さを求める II

問1. 図のような円錐の容器があります。いま、この容器に2cmの深さまで水が入っています。このとき、次の問いに答えましょう。

(ア) 容器の容積を求めましょう。



(イ) 水が入っている部分と、全体の容器との相似比を求めましょう。

(ウ) 容器に入っている水の体積を求めましょう。

(エ) 容積の半分の水を入れると、水の深さは何cmになりますか。

(ただし、 0.8^3 がおよそ0.5であることを利用して解きましょう。)

<ヒント> 容積の半分の水を入れたので 体積比は () : ()

体積比から相似比を考えると 相似比は () : ()

問2. イギリスの小説家のスウィフトが著した「ガリバー旅行記」にある内容です。

「ガリバーは航海の途中で嵐にあって、ある小人の国にたどり着く。その小人の国では、人や草木などすべてが、ガリバーの国のものと形は同じであったが、大きさは12分の1であった。そこで、その小人の国の王様は、ガリバーのために、1728人分の食料と飲み物を用意することにした。」

上の話の中1728人分という数量は、どのように考えて計算したものと考えられますか。次の () にあてはまる数字を書きましょう。

小人1人とガリバーの相似比は、() : () と考えられる。

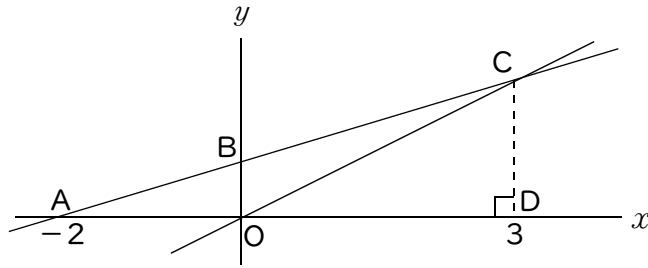
小人1人とガリバーがそれぞれ必要とする食料と飲み物の量を比で表すとしたら、体積比で考えることになるので、()³ : ()³ = () : () となる。

よって、1728 人分が必要である。

もし、洋服を作るのに必要な布を比較すると、洋服は表面積比となるので

()² : ()² = () : () となり、() 人分が必要である。

問3. 次の各問いに答えましょう。



(ア) $\triangle AOC$ と $\triangle ODC$ の面積の比を求めましょう。

(イ) $\triangle AOC$ の面積が 10cm^2 のとき、 $\triangle ODC$ の面積を求めましょう。

(ウ) $\triangle OAB$ と $\triangle OCB$ の面積の比を求めましょう。

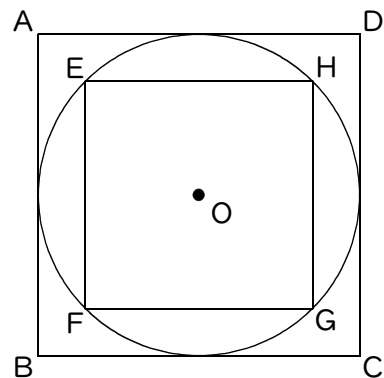
(エ) $\triangle OAB$ の面積が 8cm^2 のとき $\triangle OCB$ の面積を求めましょう。

(オ) $\triangle AOB$ の面積と $\triangle ADC$ の面積の比を求めましょう。

(カ) $\triangle AOB$ の面積が 12cm^2 のとき $\triangle ADC$ の面積を求めましょう。

問4. 正方形ABCDと正方形EFGHは円Oに接しています。

このとき、正方形ABCDと正方形EFGHの面積比を求めましょう。



解答：

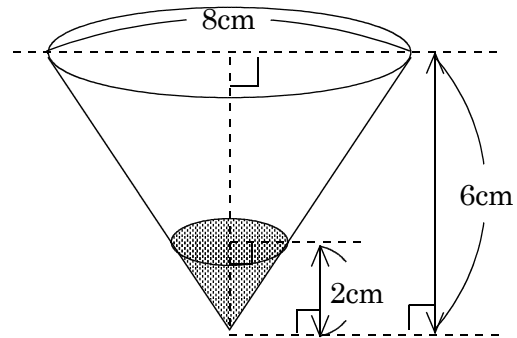
問1. 図のような円錐の容器があります。いま、この容器に2cmの深さまで水が入っています。

(ア) 容器の容積を求めましょう。

$$4 \times 4 \times \pi \times 6 \times \frac{1}{3} = 32\pi \text{ cm}^3$$

(イ) 水が入っている部分と、全体の容器との相似比

$$2 : 6 = 1 : 3$$



(ウ) 容器に入っている水の体積を求めましょう。

水が入っている部分と、全体の容器との体積比は、1 : 27

$$\text{容器に入っている水の体積は、} 32\pi \times \frac{1}{27} = \frac{32}{27}\pi \text{ cm}^3$$

(エ) 容積の半分の水を入れると、水の深さは何cmになりますか。

容積の半分の水を入れたので 体積比は1 : 2 = 0.5 : 1

0.8³がおよそ0.5なので 体積比から相似比を考えると、相似比は0.8 : 1

容積の半分の水を入れると、水の深さは6 × 0.8 = 4.8cm

問2. 形は同じであったが、大きさは12分の1であった。そこで、その小人の国の王様は、ガリバーのために、1728人分の食料と飲み物を用意することにした。」

小人1人とガリバーの相似比は、(1) : (12) と考えられる。

小人1人とガリバーがそれぞれ必要とする食料と飲み物の量を比で表すとしたら、

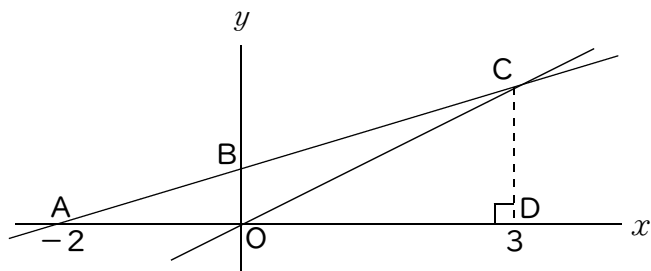
体積比で考えることになるので、(1)³ : (12)³ = (1) : (1728) となる。

よって、1728 人分が必要である。

もし、洋服を作るのに必要な布を比較すると、洋服は表面積比となるので

(1)² : (12)² = (1) : (144) となり、(144) 人分が必要である。

問 3.



(ア) $\triangle AOC$ と $\triangle ODC$ の面積の比は、
高さがDCで共通なので、底辺の比AO : ODより2 : 3

(イ) $2 : 3 = 10 : \triangle ODC$ $\triangle ODC$ の面積は、 $3 \times 5 = 15\text{cm}^2$
 $\times 5$

(ウ) $\triangle OAB$ と $\triangle OCB$ の面積の比は、底辺がOBで共通なので、高さの比AO : ODより2 : 3

(エ) $2 : 3 = 8 : \triangle OCB$ $\triangle OCB$ の面積は、 $3 \times 4 = 12\text{cm}^2$
 $\times 4$

(オ) $\triangle AOB$ と $\triangle ADC$ は相似で、相似比はAO : ADより2 : 5
 $\triangle AOB$ の面積と $\triangle ADC$ の面積の比は4 : 25

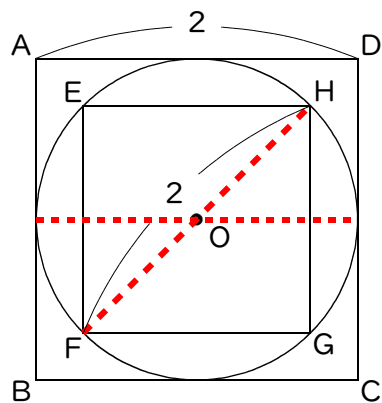
(カ) $4 : 25 = 12 : \triangle ADC$ $\triangle ADC$ の面積 $25 \times 3 = 75\text{cm}^2$
 $\times 3$

問 4. 正方形ABCDと正方形EFGHの面積比

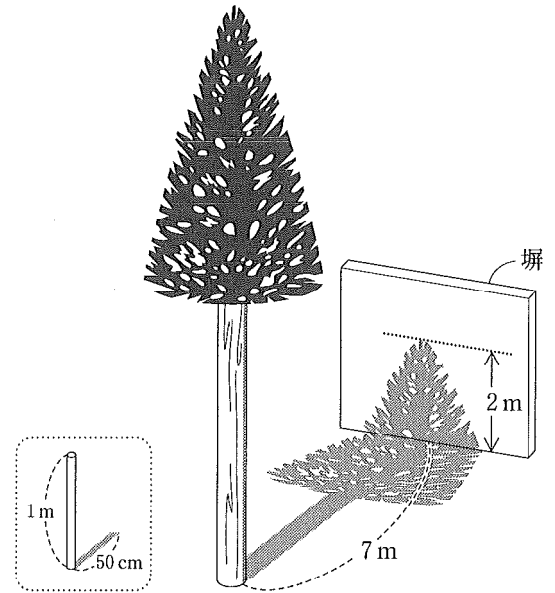
正方形ABCDの面積 $2 \times 2 = 4$

正方形EFGHの面積 $2 \times 2 \div 2 = 2$

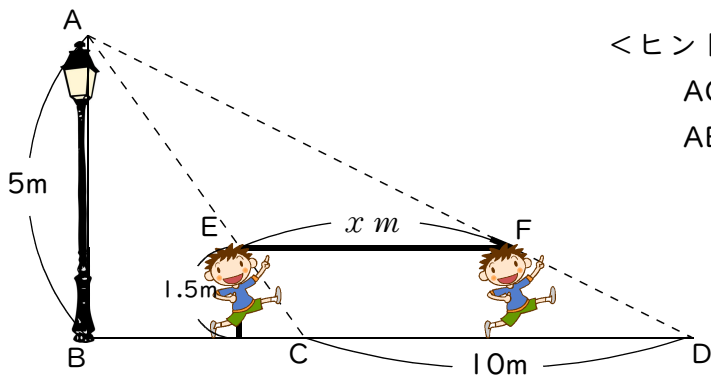
面積比 2 : 1



問4. ある晴れた日に、長さ1 mの棒の影の長さをはかると50 cmであった。このとき、近くにある木の影が右の図のように地面と塀に映っていた。この木の高さを求めなさい。ただし、棒、木、塀は地面に対して垂直に立っているものとする。



問5. 高さ5mの街灯から少し離れた所に身長150cmの人が立っています。この人がある方向へ x m 移動すると影の先端が10m移動しました。 x の値を求めなさい。



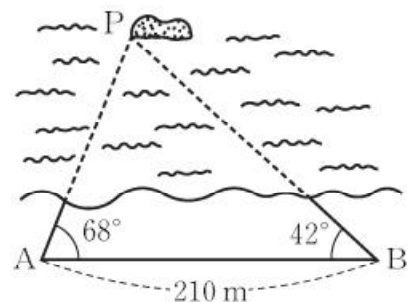
<ヒント>

$$AC : EC = (\quad) : (\quad)$$

$$AE : AC = EF : CD$$

$$= (\quad) : (\quad)$$

問6. 海岸の地点Aと島の地点Pの距離を求めるために、右の図のような測定値を得ました。これをもとに、ABの長さが35mmになるように縮図を書いたところ、APにあたる部分は縮図上で約25mmでした。実際のA、P間の距離は約何mか求めましょう。



解答：問1. 太郎くんの影の長さを x m とすると

$$1.6 : 3.6 = x : (x + 5)$$

$$4 : 9 = x : (x + 5)$$

$$9x = 4(x + 5)$$

$$9x = 4x + 20$$

$$5x = 20$$

$$x = 4$$

4 m

問2. $AB = x$ m とすると $1.5 : x = 2 : 8$

$$1.5 : x = 1 : 4$$

$$x = 6$$

あるいは、4倍なので $1.5 \times 4 = 6$

6 m

問3. 中点連結定理より $\frac{1}{2}$

問4. 長さの比が $1 : 2$ なので

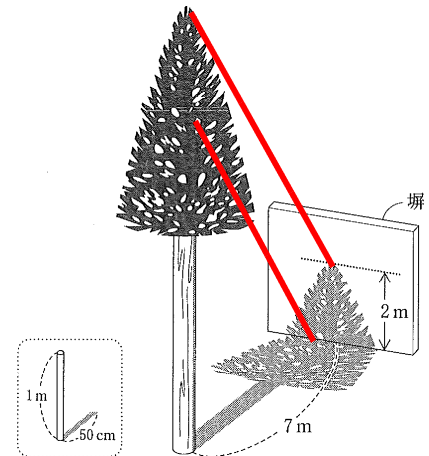
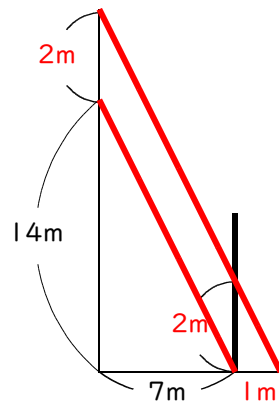
木の高さは、

$$7 \times 2 + 2 = 16$$

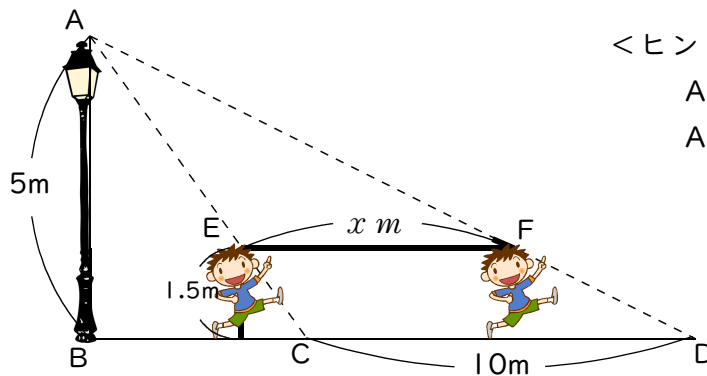
16 m

あるいは、

$$(7 + 1) \times 2 = 16$$



問5.



<ヒント> $5 : 1.5 = 10 : 3$

$$AC : EC = (10) : (3)$$

$$AE : AC = EF : CD$$

$$= (7) : (10)$$

x の値は 7 m

問6. $AP = x$ m とすると

$$25 : 35 = x : 210$$

$$5 : 7 = x : 210$$

$$7x = 5 \times 210$$

$$x = 5 \times 30$$

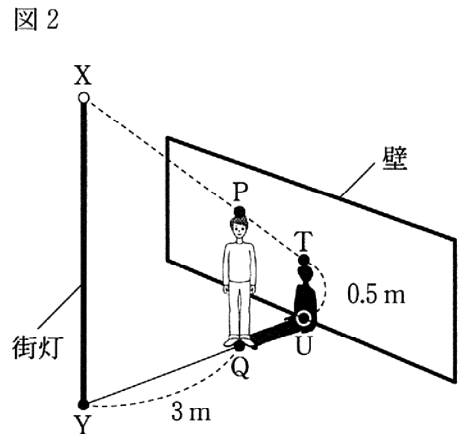
$$x = 150$$

150 m

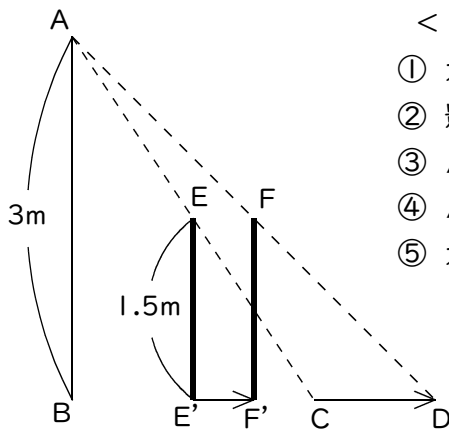
◎ 相似な図形の性質を用いて、辺の比や長さを求める IV

問1. 右の図2のように、身長1.5mの人PQが高さ6mの街灯XYの近くを歩いており、街灯とこの人との距離YQが3mの地点で、街灯の点Xから出る光によってできたこの人の影の一部が、地面に対して垂直な壁に映った。

この人の影のうち、壁に映った部分TUの長さが0.5mのとき、地面に映った部分UQの長さを求めなさい。ただし、街灯とこの人は地面に対して垂直であるとする。



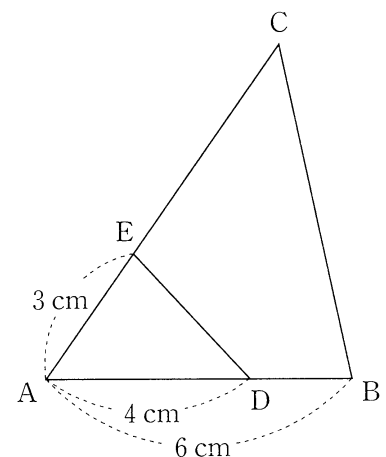
問2. 身長1.5mの太郎君(EE')が、高さ3mの街灯の下を毎秒1.2mの速さでまっすぐに歩きはじめました。太郎君の影の先端は、毎秒何mの速さで動きますか。



<ヒント>

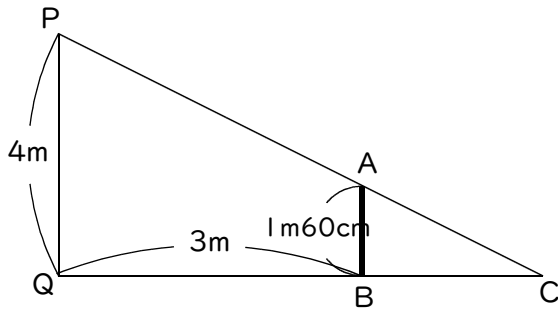
- ① 太郎君の動きを表す線分は () = EF
- ② 影の先端の動きを表す線分は ()
- ③ $\triangle ABC$ において $AE : EC = () : ()$
- ④ $\triangle ACD$ において $EF : CD = () : ()$
- ⑤ 太郎君の影の先端の速さは、毎秒 () m

問3. 右の図のように、 $AB < AC$ である三角形ABCにおいて、辺AB上に点Dをとり、辺AC上に点Eを $\angle ACB = \angle ADE$ となるようにとる。AB=6 cm, AD=4 cm, AE=3 cmのとき、線分CEの長さを求めなさい。

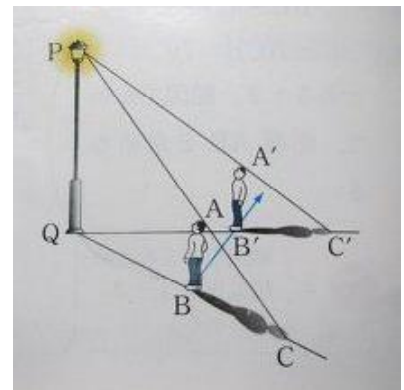
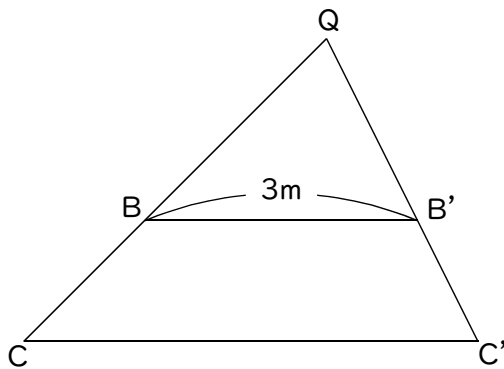


問4. 高さ4mの街灯^{がいでう}PQの真下から3mのところ^{ところ}に身長160cmの人ABが立っています。

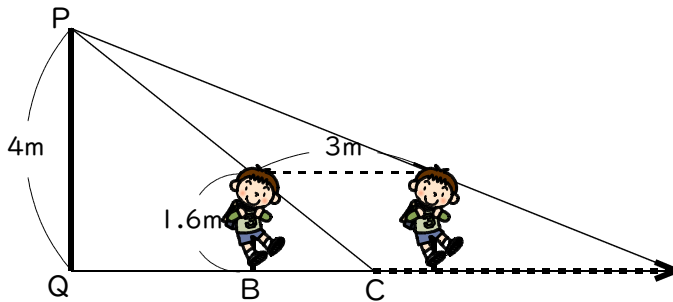
(ア) この人の影の長さ(BC)を求めなさい。



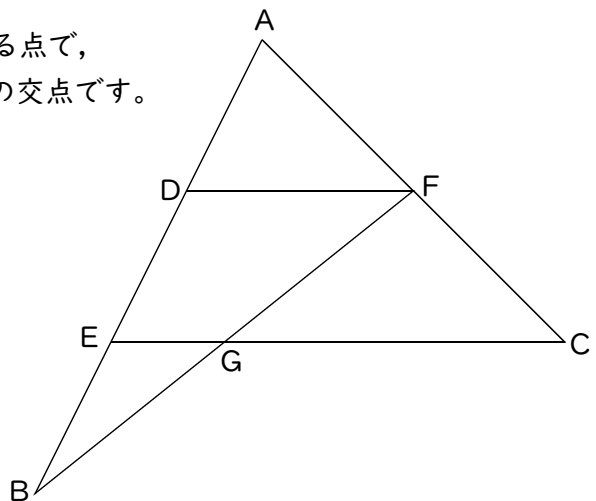
(イ) この人がBからB'まで3m歩くと、影の先端は、何m移動しますか。



(ウ) この人がQBを延長した方向に街灯から遠ざかるように3m歩きました。このとき影の先端は、何m移動しますか。



問5. 右の図で、点D, Eは、線分ABを3等分する点で、点Fは、線分ACの中点、点Gは線分BFとECの交点です。DF=6cmのとき、GCの長さを求めましょう。



解答：問1.

Uを通りXTに平行な直線がPQ, XYと交わる点をそれぞれA, Bとする。

PA=XB=TU=0.5より, AQ=1.5-0.5=1,

BY=6-0.5=5.5

△UBYにおいて, UQ=xmとすると, AQ // BYより,

AQ : BY = UQ : UY

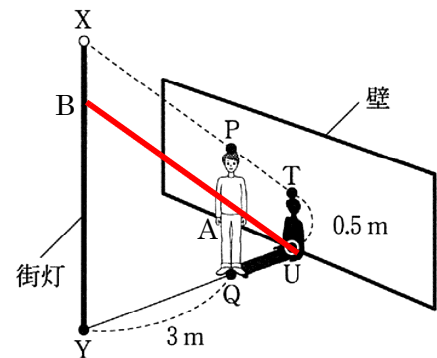
$$1 : 5.5 = x : (x + 3)$$

$$5.5x = x + 3$$

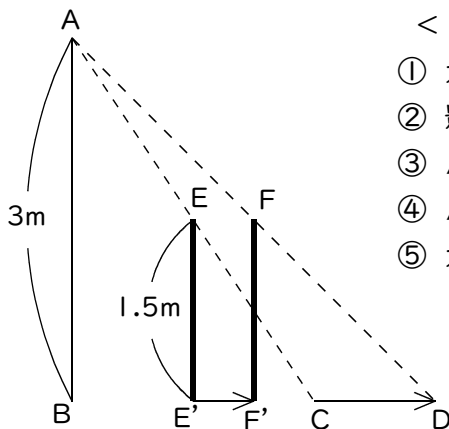
$$4.5x = 3$$

$$x = \frac{30}{45} \quad x = \frac{2}{3}(\text{m})$$

図2



問2. 身長1.5mの太郎君(EE')が、高さ3mの街灯の下を毎秒1.2mの速さでまっすぐに歩きはじめました。太郎君の影の先端は、毎秒何mの速さで動きますか。



<ヒント>

- ① 太郎君の動きを表す線分は (E' F') = EF
- ② 影の先端の動きを表す線分は (CD)
- ③ △ABCにおいて AE : EC = (1) : (1)
- ④ △ACDにおいて EF : CD = (1) : (2)
- ⑤ 太郎君の影の先端の速さは、毎秒 (2.4) m

問3. △ACBと△ADEにおいて

仮定より $\angle ACB = \angle ADE$... ① ●

共通な角なので $\angle CAB = \angle DAE$... ② ▲

①, ②より 2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ACB \sim \triangle ADE$

線分CEの長さを x cmとすると,

$$AB : AC = AE : AD$$

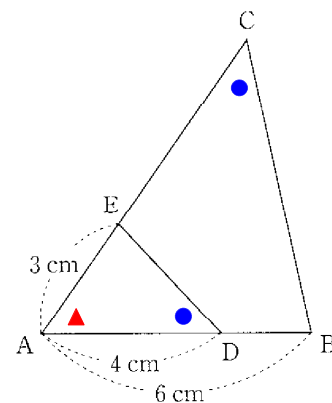
$$6 : (x + 3) = 3 : 4$$

$$3(x + 3) = 24$$

$$x + 3 = 8$$

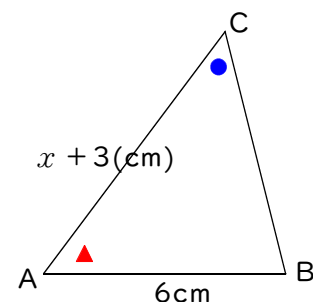
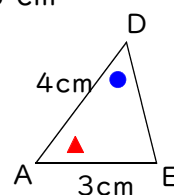
$$x = 5$$

Ans. 5 cm

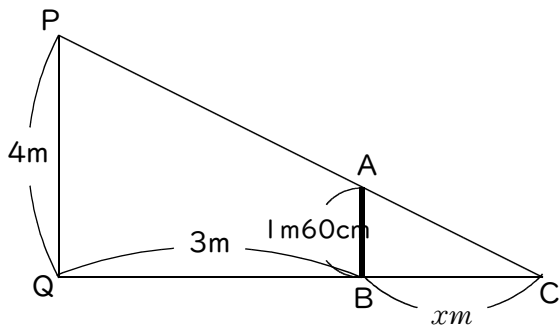


式は色々できます

$$3 : 6 = 4 : (x + 3) \quad \text{でもOK}$$

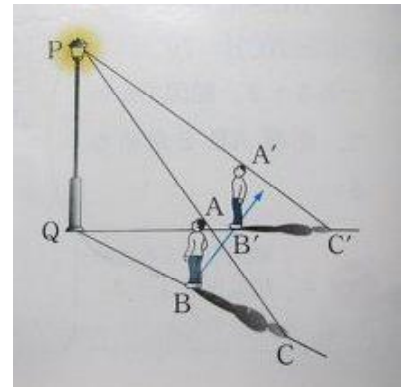
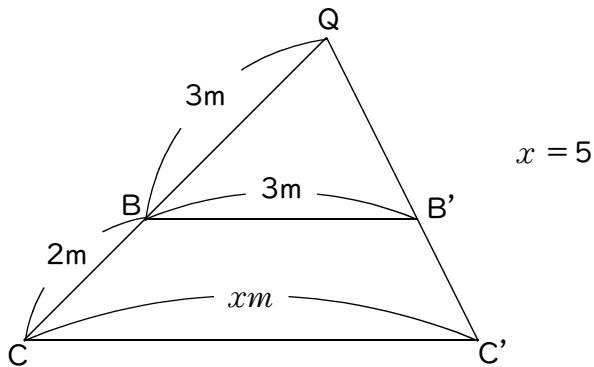


問4. (ア) 影の長さ $BC = xm$ とすると

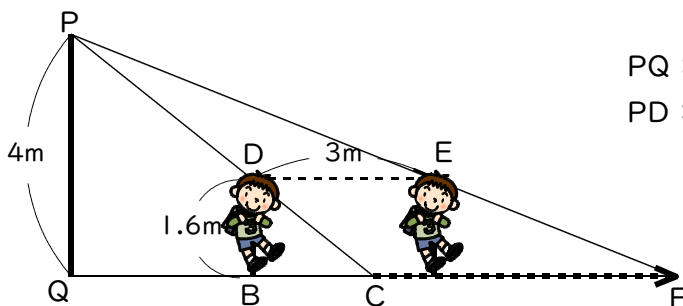


$$\begin{aligned}
 x : (x + 3) &= 1.6 : 4 \\
 x : (x + 3) &= 4 : 10 \\
 x : (x + 3) &= 2 : 5 \\
 5x &= 2(x + 3) \\
 5x &= 2x + 6 \\
 3x &= 6 \\
 x &= 2 \qquad 2m
 \end{aligned}$$

(イ) 影の先端 CC' を xm とすると



(ウ) このとき影の先端は、何m移動しますか。



$$\begin{aligned}
 PQ : DB &= 4 : 1.6 = 5 : 2 = PC : DC \\
 PD : PC &= 3 : 5 \\
 PD : PC &= DE : CF \\
 3 : 5 &= 3 : x \\
 x &= 5 \qquad 5m
 \end{aligned}$$

問5. 点D, Eは、線分ABを3等分する点
 点Fは、線分ACの中点、点Gは線分BFとECの交点
 $DF = 6cm$ のとき、 GC の長さを求めましょう。

$\triangle AEC$ において、点D, Fは中点なので
 $EC = 12cm$
 $\triangle DBF$ において、点E, Gは中点なので
 $EG = 3cm$
 $GC = 12 - 3 = 9$
 9cm

