6．外接円・内接円

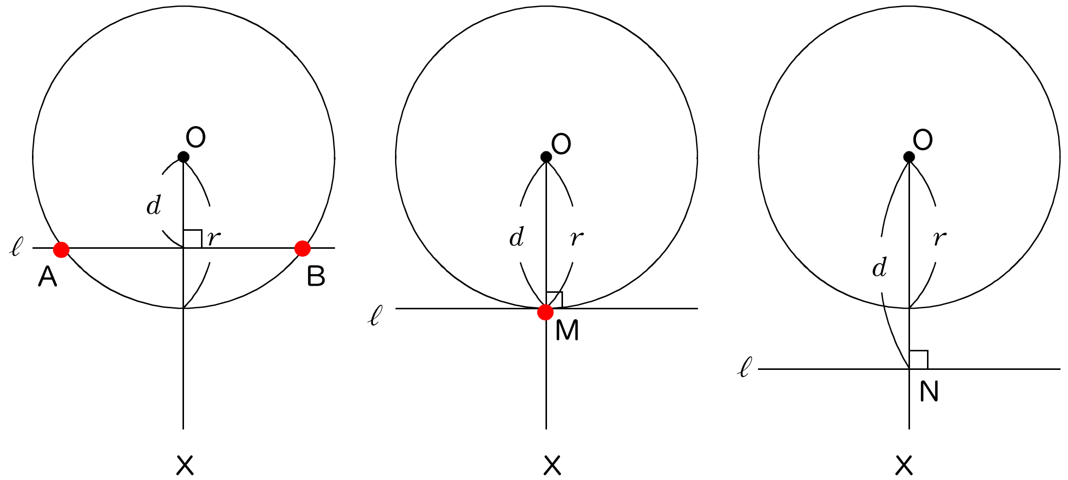
◎ 円と直線の位置関係を分類する

◎ (復習)円の弧，円の弦，円の接線

(ｱ)　d (＜) r　　２点を共有する

(ｲ)　d (＝) r　　１点を共有する

(ｳ)　d (＞) r　　共有点をもたない



(ｱ) 直線 ℓ は円Oに（ 交わっている ）といいます

直線 ℓ と円Oの共有点A，Bは，直線 ℓ に垂直な直線OX について対称です

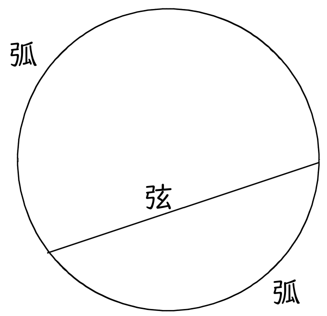
なので，円の弦ABに垂直な直線OX は ABを2等分しています

(ｲ) 直線 ℓ は円Oに（ 接している ）といいます

直線 ℓ は円Oの（ 接線 ）と呼びます

点Mを（ 接点 ）と呼びます

(ｳ) 直線 ℓ は円Oと（ 離れている ）といいます



円の弦の性質

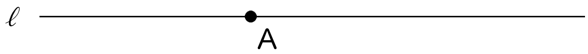
① 円の中心から（ 弦 ）にひいた（ 垂線 ）は、その弦を（ 二等分 ）する。

② 円の弦の（ 垂直二等分線 ）は、その円の（ 中心 ）を通る。

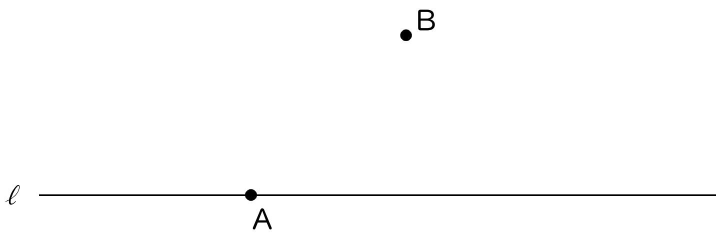
円の接線の性質

円の接線は、その接点を通る（ 半径 ）に（ 垂直 ）である。

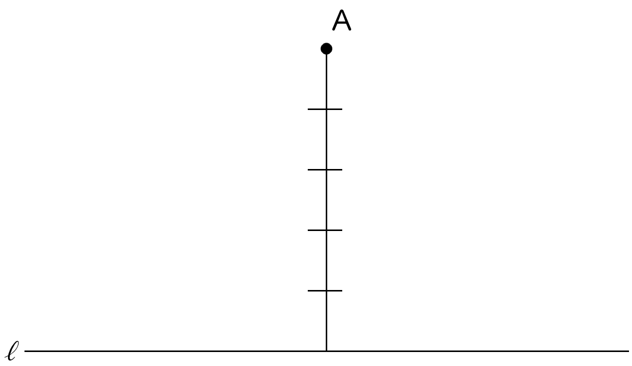
問１．直線 ℓ 上に点Aがある。点Aで直線 ℓ に接する半径２cmの円を書きなさい。



問２．直線 ℓ と、ℓ 上にない点Bがある点Aで直線 ℓ に接し、点Bを通る円を書きなさい。

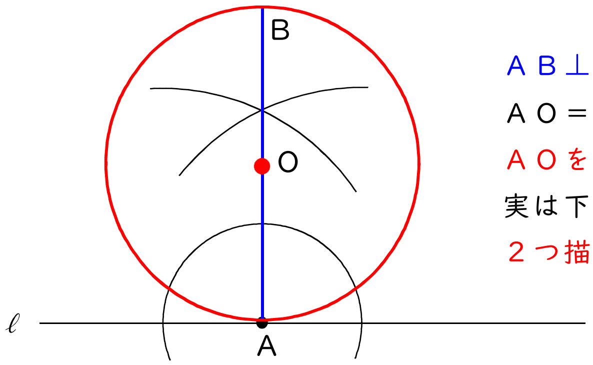


問３．直線 ℓ と、直線 ℓ からの距離が５cmの点Ａがある。
点Ａを通り、直線 ℓ に接する半径３cmの円を書きなさい。



解答：

問１．直線ℓ上に点Aがある。点Aで直線ℓに接する半径２cmの円を書きなさい。



ＡＢ⊥ℓとなる線を引く

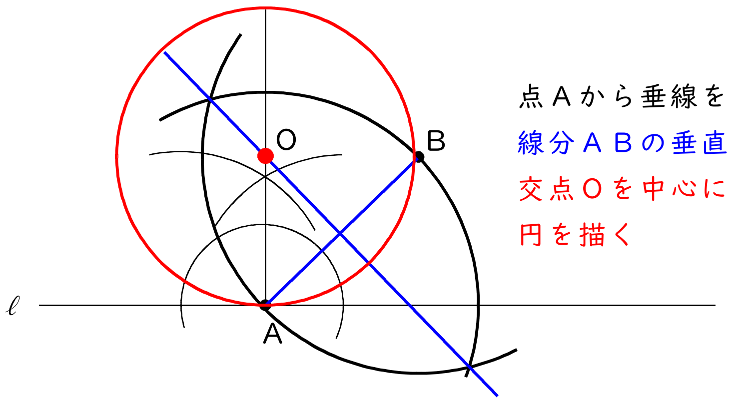
ＡＯ＝２cmとなるような点Ｏをとる

ＡＯを半径とする円を描く

実は下側にも描くことができるので

２つ描ければ大正解

問２．直線ℓと、ℓ上にない点Bがある点Aで直線ℓに接し、点Bを通る円を書きなさい。



点Ａから垂線を引く

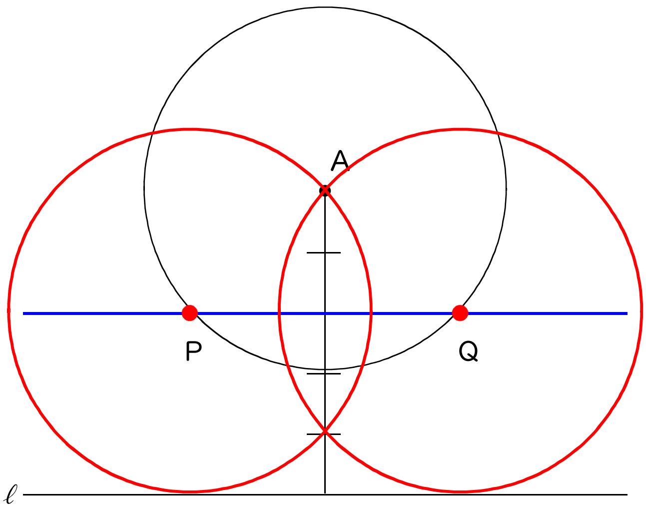
線分ＡＢの垂直二等分線を引く

交点Ｏを中心にＡＯを半径とする

円を描く

問３．直線ℓと、直線ℓからの距離が５cmの点Ａがある。

点Ａを通り、直線ℓに接する半径３cmの円を書きなさい。



Ａを中心に半径３cmの円を描く

直線ℓに距離が３cmになる

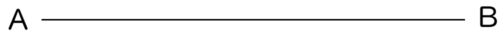
平行線を引く

交点Ｐ，Ｑを中心として

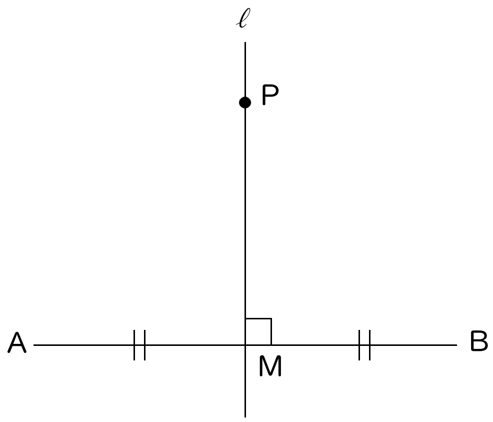
半径ＡＰ，ＡＱの円を描く

◎ (復習)垂直二等分線

問４． 線分ABの垂直二等分線を書きなさい。



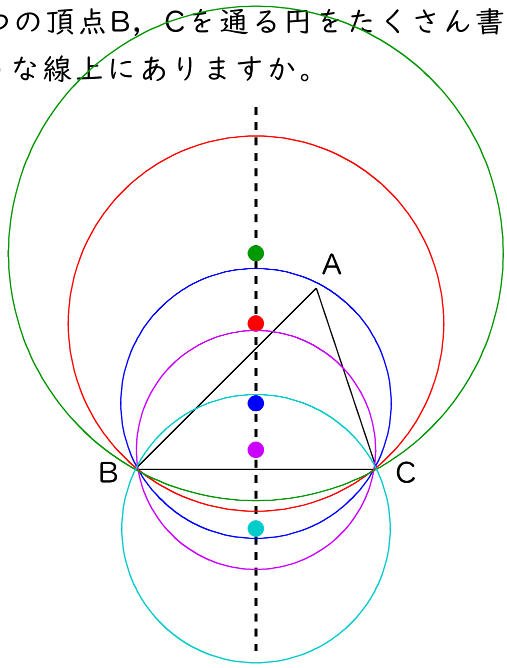
問５． 線分ABの垂直二等分線を ℓ， ℓ とＡＢとの交点をＭとする。
　ℓ 上の任意の点をＰとするとき、PA＝PBを証明しなさい。



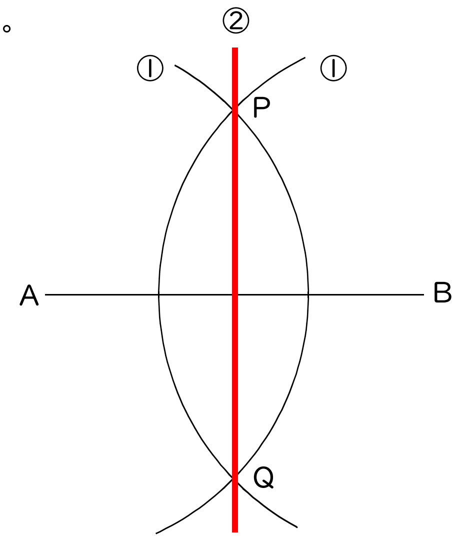
◎ (復習)線分の垂直二等分線上の点からその線分の両端までの距離は等しい

問６． 図のように、△ABCの２つの頂点B，Cを通る円をたくさん書く。
　それらの円の中心はどのような線上にありますか。

B



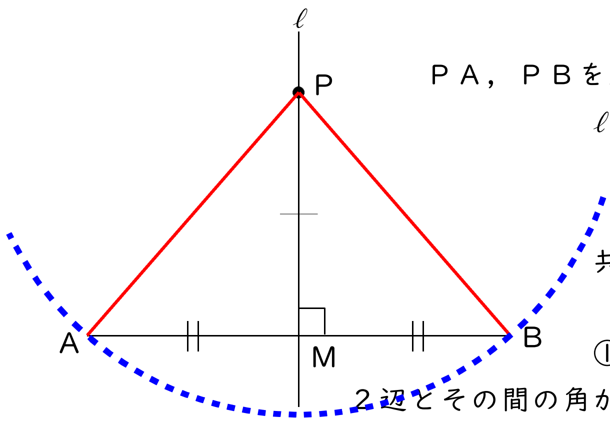
解答：問４． 線分ABの垂直二等分線を書きなさい。



① 線分の両端Ａ，Ｂをそれぞれ中心として
等しい半径の円をかく。
（但し、半径は線分ＡＢの長さの半分よりは長く）

② この２円の交点をＰ，Ｑとして，
直線ＰＱをひく

問５． 線分ABの垂直二等分線を ℓ， ℓ とＡＢとの交点をＭとする。
ℓ 上の任意の点をＰとするとき、PA＝PBを証明しなさい。

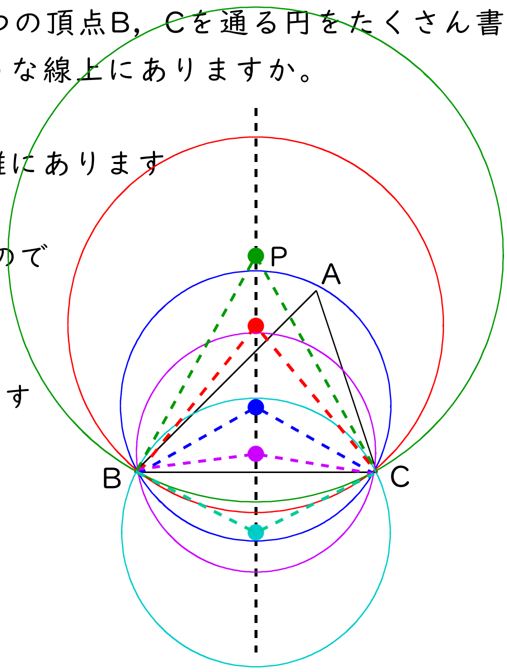


ＰＡ，ＰＢを結ぶ　△ＰＡＭと△ＰＢＭにおいて
ℓ は線分ＡＢの垂直二等分線なので
ＡＭ＝ＢＭ　…　①
∠ＰＭＡ＝∠ＰＭＢ　…　②
共通な辺なので
ＰＭ＝ＰＭ　…　③
①，②，③より
２辺とその間の角がそれぞれ等しいので　△ＰＡＭ≡△ＰＢＭ
合同な図形の対応する辺は等しいので　ＰＡ＝ＰＢ
なので、点Ｐを中心として点Ａ，Ｂを通る円が描ける

問６． 図のように、△ABCの２つの頂点B，Cを通る円をたくさん書く。
それらの円の中心はどのような線上にありますか。

円の中心は円周から等しい距離にあります
問５の証明結果より
どの色の線もＰＢ＝ＰＣになるので

円の中心は線分ＢＣの
垂直二等分線になります



◎ 三角形の外接円の書き方

△ABCの３つの頂点A，B，Cすべてを通る円を，△ABCの外接円といいます。

一気に３つの頂点を通る円を考えるのではなく、２点ずつ考えていきます

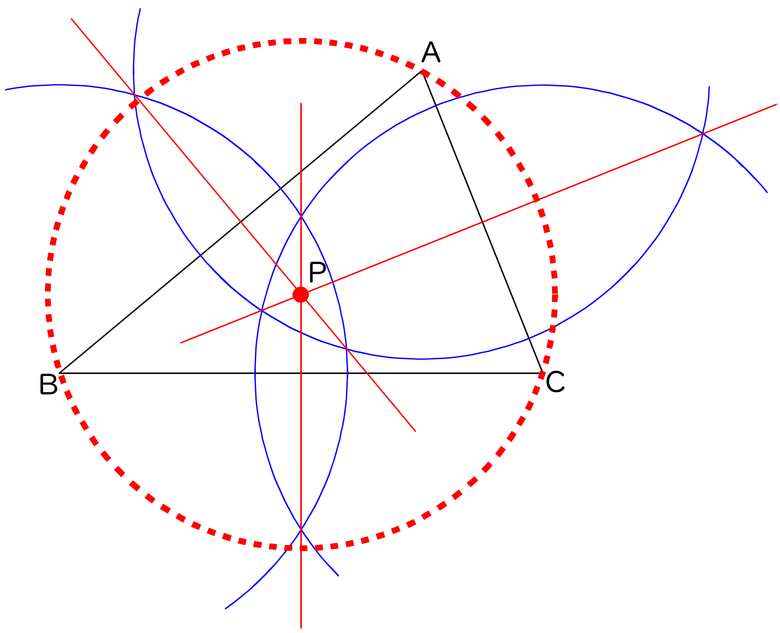
① 問６より、頂点Ａ，Ｂを通る円は無数に描くことができ
その円の中心は、すべて線分ＡＢの垂直二等分線上にあります

② 頂点Ｂ，Ｃを通る円の中心は、すべて線分ＢＣの垂直二等分線上にあります

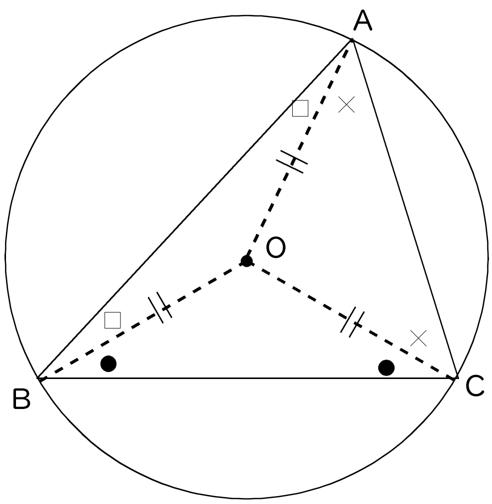
③ 頂点Ｃ，Ａを通る円の中心は、すべて線分ＣＡの垂直二等分線上にあります

④ ①，②，③の３本の垂直二等分線を描き、交わった点Ｐが外接円の中心となります
すべて同じ半径にすれば、３つの円を描けば良いことになります

⑤ ３本の垂直二等分線が１点で交わったので、外接円は１つしか描けないことが分かります



◎ 三角形の外接円の性質

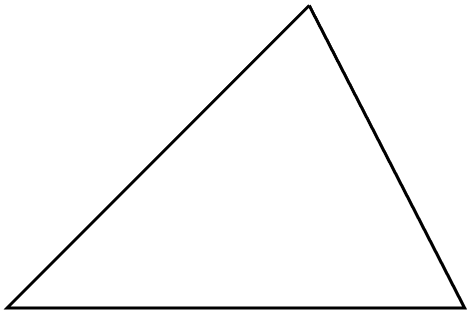


外接円の中心をＯとすると
半径なので
OA＝（　OB　）＝（　OC　）
したがって
△ＡＢＯ，△ＢＣＯ，△ＣＡＯは
二等辺三角形なので、
∠OAB＝∠（　OBA　）
∠OBC＝∠（　OCB　）
∠OCA＝∠（　OAC　）となる
外接円の中心Ｏを外心といいます

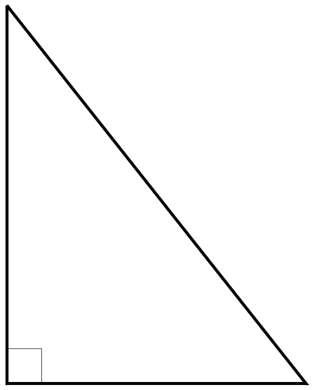
性質は覚えようとするのではなく、図を頭に浮かべましょう

◎ 鋭角三角形と直角三角形と鈍角三角形の外心の位置

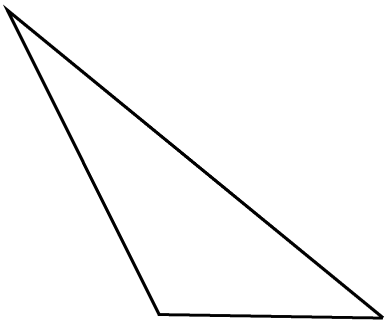
(ｱ) 鋭角三角形の外接円を描いてみよう



(ｲ) 直角三角形の外接円を描いてみよう



(ｳ) 鈍角三角形の外接円を描いてみよう

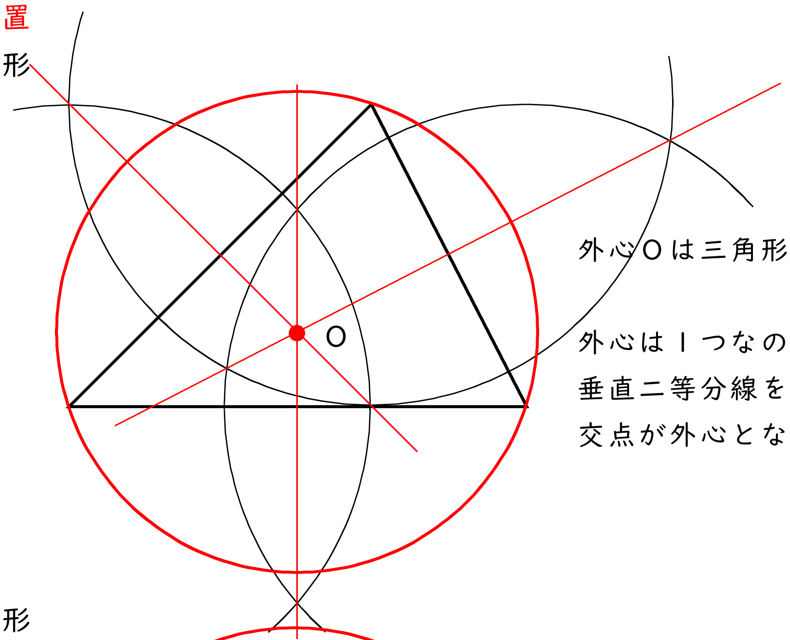


外接円

どんな三角形でも、その３つの頂点を通る円を１つだけ描くことができます。
三角形の３つの頂点を通る円を、この三角形の（　外接円　）といいます。
三角形の３つの辺の（　垂直二等分線　）は、同じ点で交わります。

解答： 外心の位置

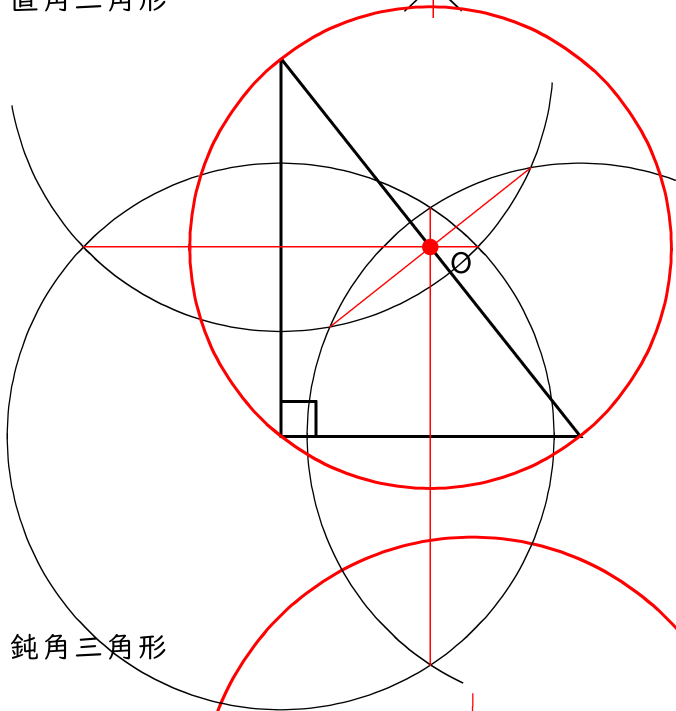
(ｱ) 鋭角三角形



外心Oは三角形の中にできる

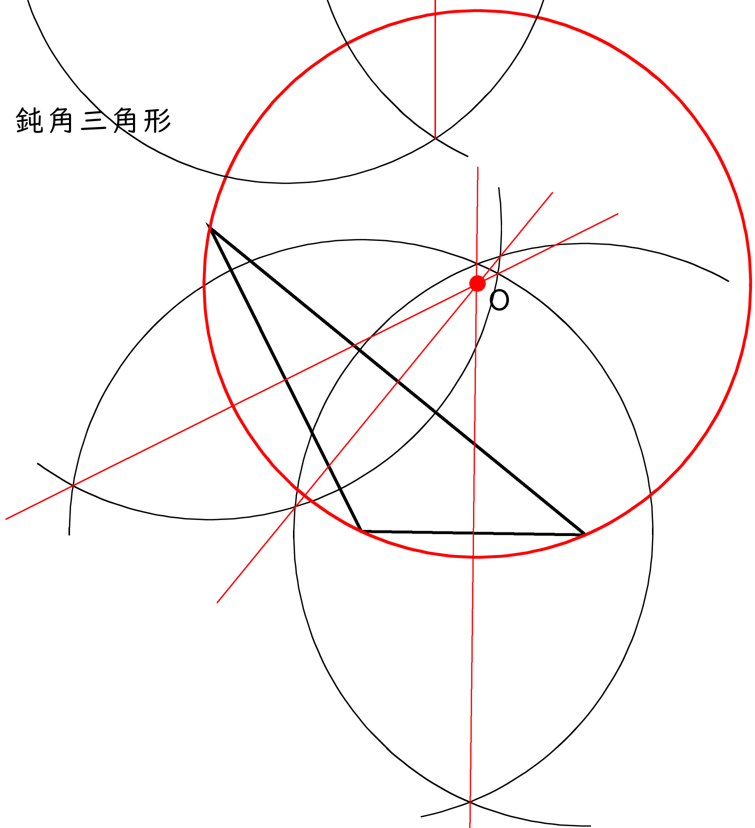
外心は１つなので、
垂直二等分線を２本描いた時の
交点が外心となる

(ｲ) 直角三角形



外心Oは斜辺の中点になる
２本描けば見つけられる

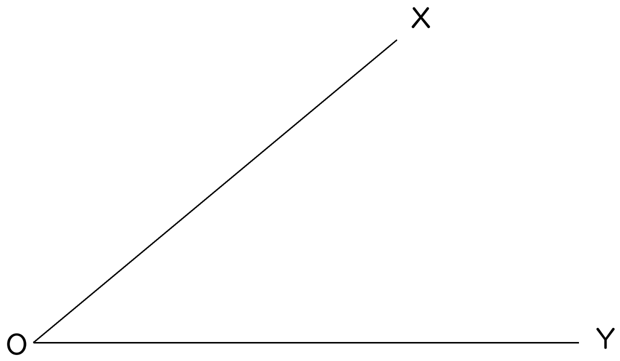
(ｳ) 鈍角三角形



外心Oは三角形の外になる
２本描けば見つけられる

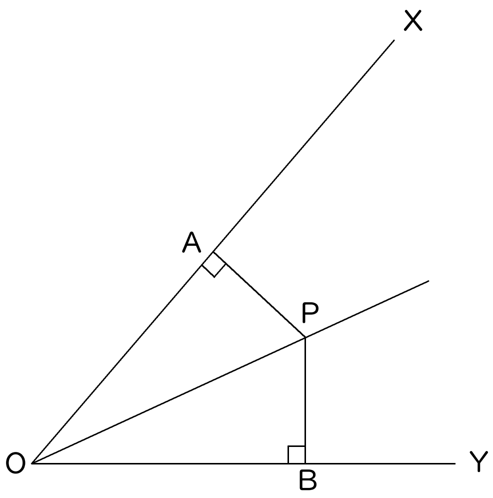
◎ (復習)角の二等分線

問１．∠XOYの二等分線を書きなさい。

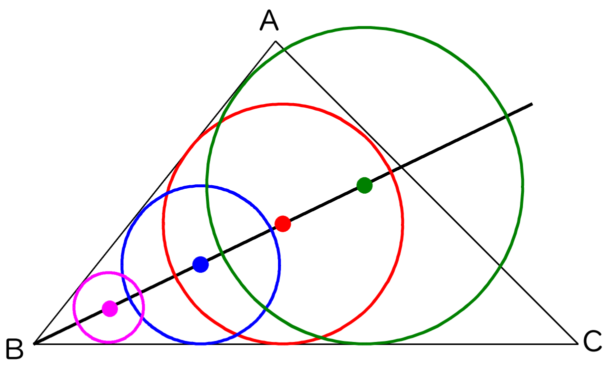


◎ (復習)角の二等分線上の点からその角の２辺までの距離は等しい。

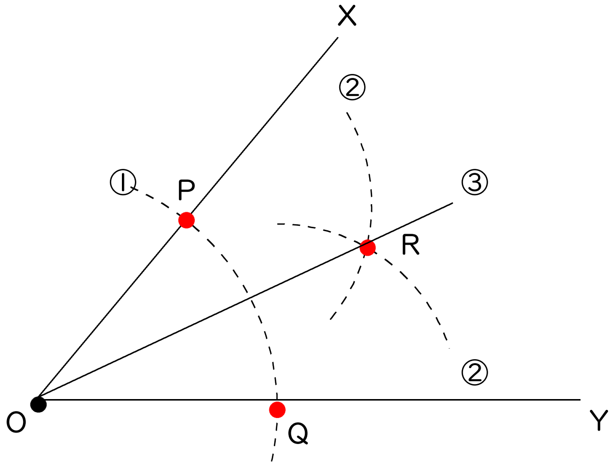
問２．∠XOY上の二等分線上の任意の点Ｐから辺OX，OYに垂線をひき、
　　　その交点をA，Ｂとするとき、PA＝PBであることを証明しなさい。



問３．図のように、△ABCの２辺AB，BCに接する円をたくさん書く。
　　　それらの円の中心はどのような線上にありますか。

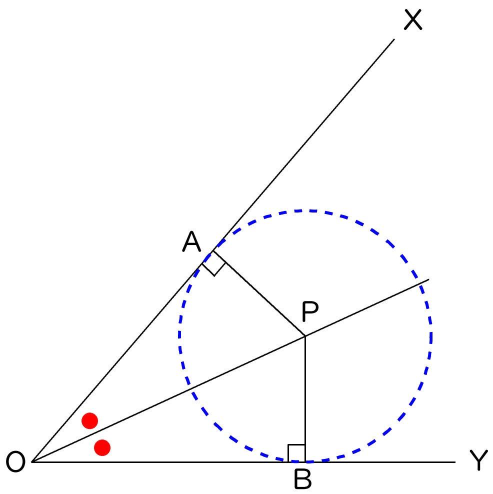


解答：問１．∠XOYの二等分線を書きなさい。



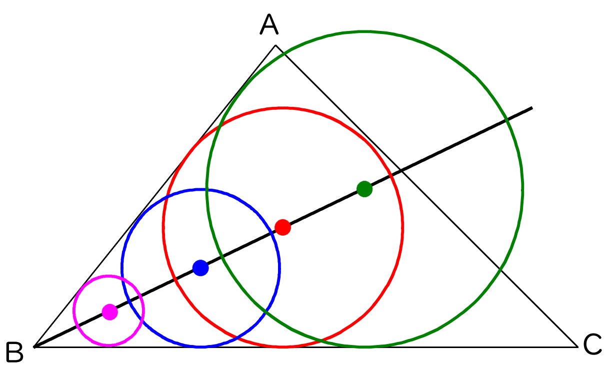
① 点Ｏを中心とする円をかき，
辺ＯＸ，ＯＹとの交点を
それぞれ，Ｐ，Ｑとする。
② ２点Ｐ，Ｑを
それぞれ中心として，
同じ半径の円をかく。
③ その交点の１つをＲとし，
直線ＯＲをひく。

問２．∠XOY上の二等分線上の任意の点Ｐから辺OX，OYに垂線をひき、
その交点をA，Bとするとき、PA＝PBであることを証明しなさい。



△ＡＯＰと△ＢＯＰにおいて
ＯＰは∠ＸＯＹの二等分線なので
∠ＡＯＰ＝∠ＢＯＰ　…　①
共通な辺なので
ＯＰ＝ＯＰ　…　②
垂線なので
∠ＰＡＯ＝∠ＰＢＯ　…　③
①，②，③より
２つの直角三角形において
斜辺と１つの鋭角が，それぞれ等しいので
△ＡＯＰ≡△ＢＯＰ
∴　ＰＡ＝ＰＢ
なので、点Ｐを中心に∠ＸＯＹに内接する円が描ける

問３．図のように、△ABCの２辺AB，BCに接する円をたくさん書く。
それらの円の中心はどのような線上にありますか。



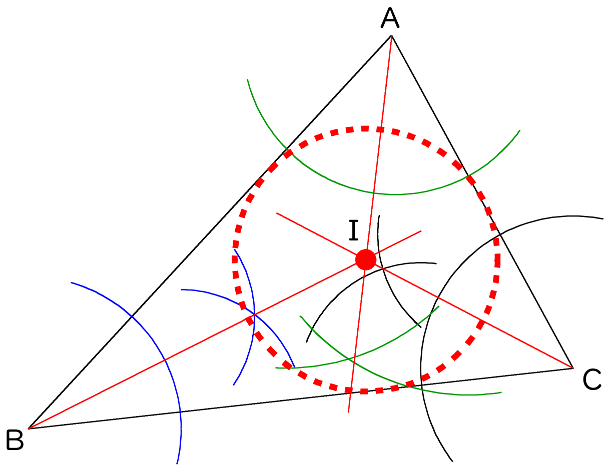
問２より
∠ＡＢＣの二等分線上にある

◎ 三角形の内接円の書き方

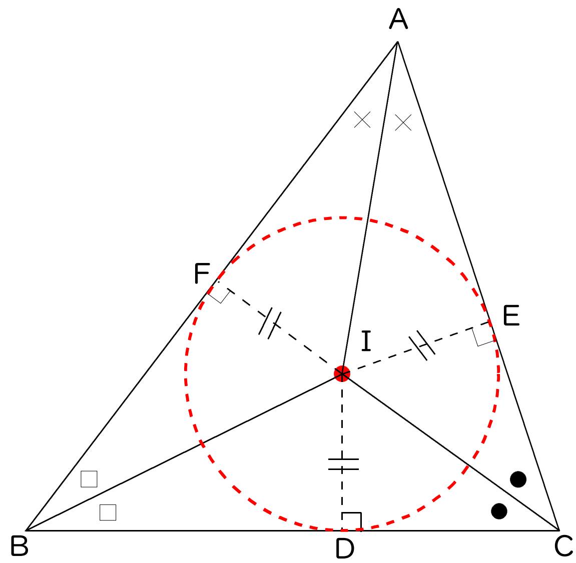
△ABCの３つの辺ＡＢ，ＢＣ，ＣＡすべてに接する円を，△ABCの内接円といいます。

一気に３つの辺に接する円を考えるのではなく、２辺ずつ考えていきます

① 問３より、辺ＡＢ，ＢＣに接する円は無数に描くことができ
その円の中心は、すべて∠ＡＢＣの二等分線上にあります
② 辺ＢＣ，ＣＡに接する円の中心は、すべて∠ＢＣＡの二等分線上にあります
③ 辺ＣＡ，ＡＢに接する円の中心は、すべて∠ＣＡＢの二等分線上にあります
④ ①，②，③の３本の二等分線を描き、交わった点Ｉが内接円の中心となります
⑤ ３本の二等分線が１点で交わったので、内接円は１つしか描けないことが分かります



◎ 三角形の内接円の性質



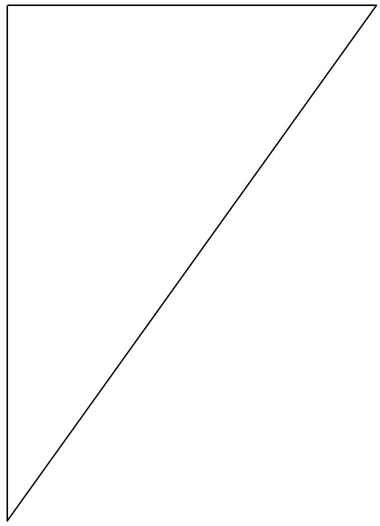
円の半径なので
ID＝（　IE　）＝（　IF　）
AI，BI，CI は二等分線なので
∠EAI＝∠（　FAI　）
∠FBI＝∠（　DBI　）
∠DCI＝∠（　ECI　）となる

内接円の中心Ｉを内心とといいます

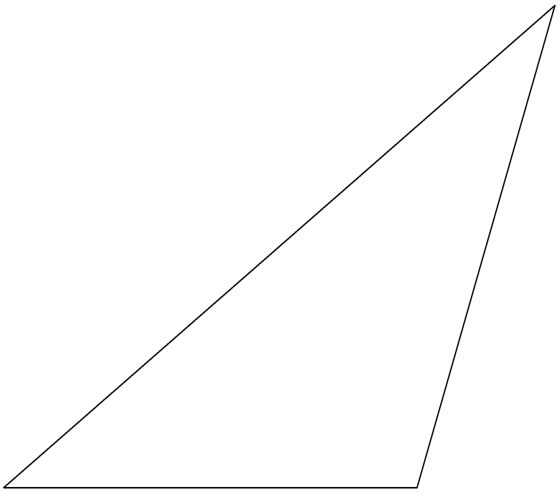
性質は覚えようとするのではなく、
図を頭に浮かべましょう

問４．次の三角形の内接円を描きましょう。

(ｱ)



(ｲ)

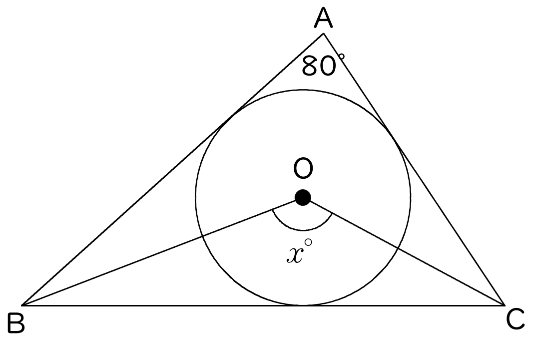


内接円

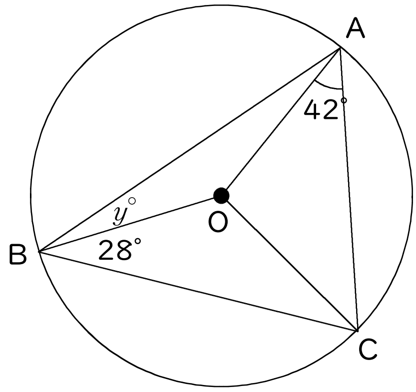
どんな三角形でも、その３つの辺に接する円を１つだけ描くことができます。
三角形の３つの辺に接する円を、この三角形の（　内接円　）といいます。
三角形の３つの内角の（　二等分線　）は、同じ点で交わります。

練習問題：次の各図の角度を求めなさい。

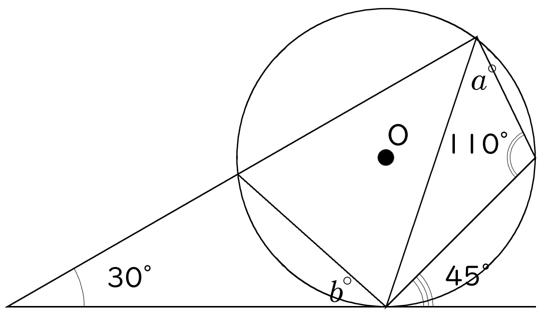
(ｱ) 点Oは△ABCの内接円の中心



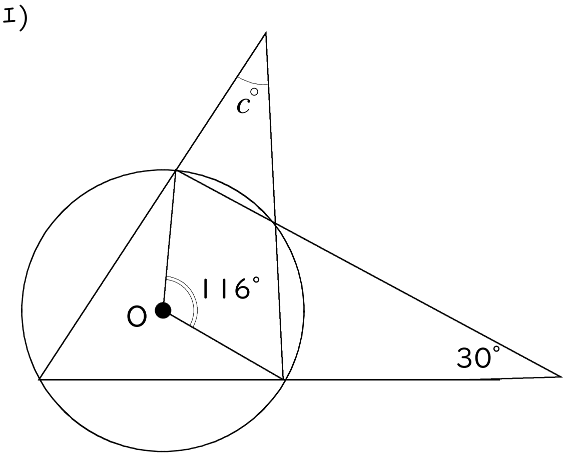
(ｲ) 点Oは△ABCの外接円の中心



(ｳ)

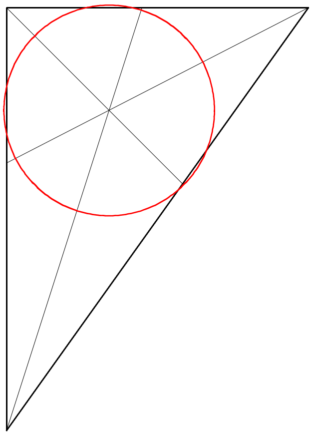


(ｴ)

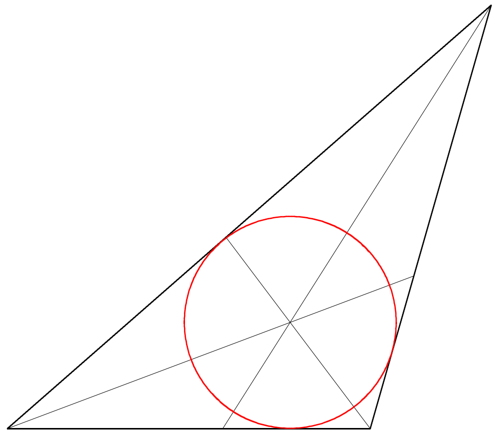


解答：問４．次の三角形の内接円を描きましょう。

(ｱ)

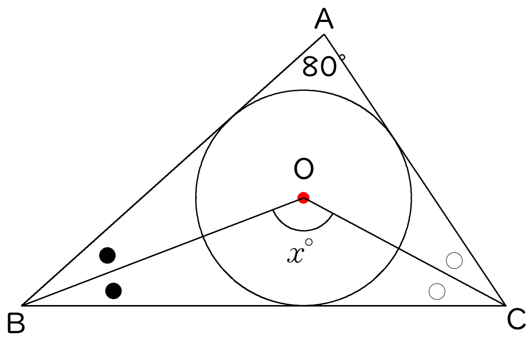


(ｲ)



練習問題：次の各図の角度を求めなさい。

(ｱ) 点Oは△ABCの内接円の中心



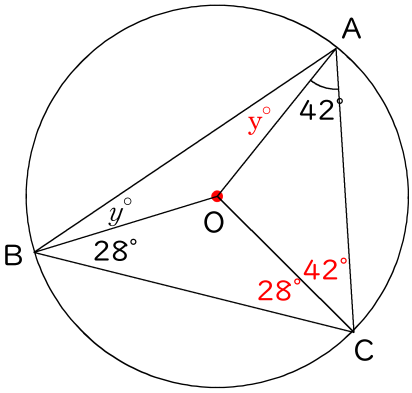
180－80＝100

●＋●＋○＋○＝100

●＋○＝50

x ＝180－50＝130

(ｲ) 点Oは△ABCの外接円の中心

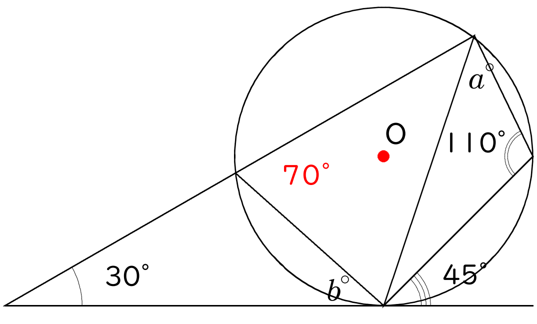


180÷2＝90

y ＋28＋42＝90

y ＝20

(ｳ)

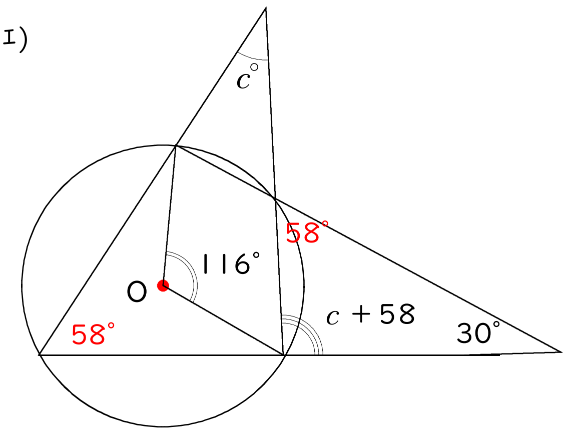


a ＝45

180－110＝70

b ＝70－30＝40

(ｴ)



116÷2＝58

c ＋58＋58＋30＝180

c ＝34

解き方は沢山ありますよ