昭和６１年度 公立高校学力検査

問一．次の計算をせよ。

(ｱ) $-7+11$

(ｲ) $-3+2\times(4-7)$

(ｳ) $\frac{2}{3}-\frac{3}{4}$

(ｴ) $3\sqrt{3}-\sqrt{12}$

(ｵ) $\frac{2x+1}{3}-\frac{x-3}{2}$

(ｶ) $2a^2\times 3ab^2$

(ｷ) $(x-3)^2-(x+2)(x-8)$

問二．

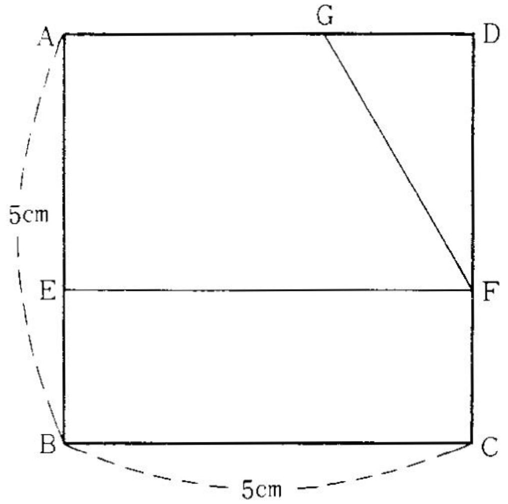
(ｱ) $5x^2-20$ を因数分解せよ。

(ｲ) 関数 $y=\frac{1}{3}x+3$について，定義域が$0\leqq x\leqq 7$であるときの値域を求めよ。

(ｳ) 2つの不等式 $3x-1>2x-3$，$2(x+2)>3x+1$の両方にあてはまるxの値を求めよ。

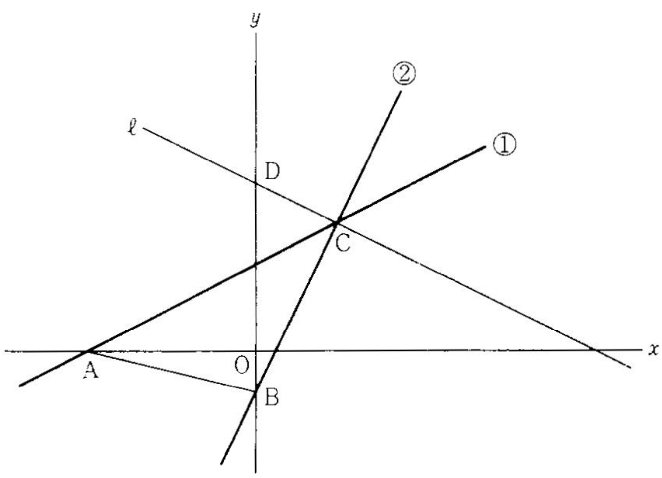
(ｴ) $a=3+\sqrt{3}$，$b=1-\sqrt{3}$のとき，$2a+ab$の値を求めよ。

(ｵ) 右の図は，１辺が５㎝の正方形ABCDである。点Ｅ，Ｆはそれぞれ辺AB，DC上にあり，EF∥ADである。また，点Ｇは辺AD上にあり，AG＝AEである。台形AEFGの面積が１２㎝^{2}のとき，線分AEの長さを求めよ。



問三．次の図において，直線①，②は、それぞれ $y = \frac{1}{2}x + 2$，$y = 2x - 1$ のグラフである。点Ａは直線①と x 軸との交点，点Ｂは直線②と y 軸との交点，点Ｃは直線①と②との交点である。また，点Ｄは y 軸上にあり，y 座標は正である。原点をＯとして，次の問いに答えよ。

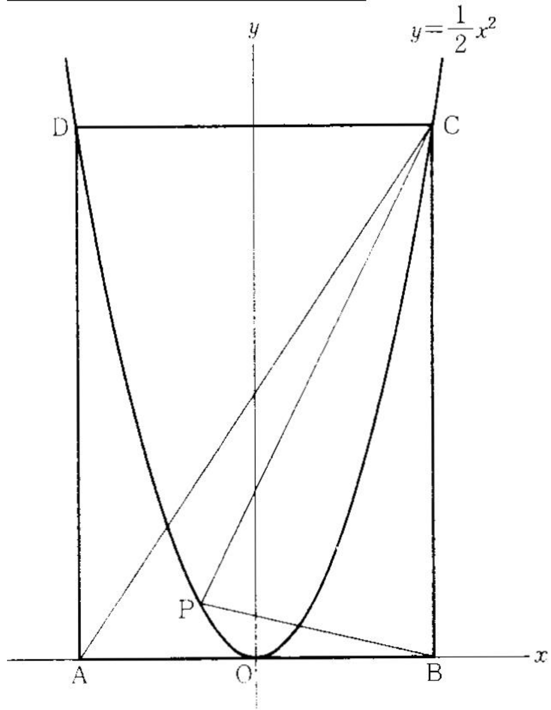
(ｱ) ２点Ａ，Ｂ間の距離を求めよ。



(ｲ) ＯＡ＝ＯＤのとき，
２点C, Dを通る直線 ℓ の式を求めよ。

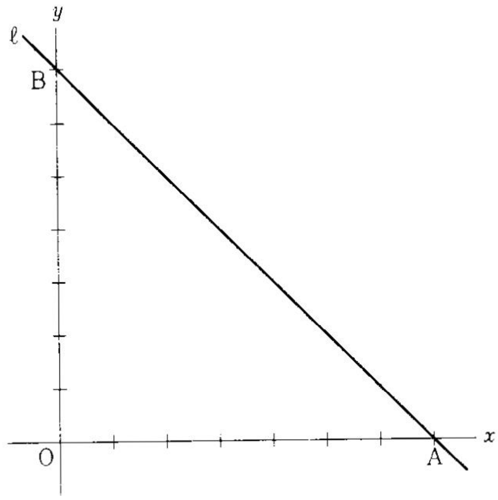
問四．次の図において、長方形ABCDの頂点A,Bは x 軸上にあり、頂点C,Dは放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ 上にある。また点Ｐは放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ 上にあり、x 座標は負である。頂点B,Cの x 座標が６であるとき、次の問いに答えよ。

(ｱ) 点Ｄの座標を求めよ。



(ｲ) △ABCと△PBCの面積の比が3：2のとき
点Ｐの座標を求めよ。

問五．図において、3点O，A，Bの座標はそれぞれ(0,0)，(7,0)，(0,7)であり
直線 ℓ は 2点A，Bを通る。いま、次の規則にしたがって、点Pを x 軸上に、
点Qを y 軸上にとることとする。



〔規則〕
大、小2つのさいころを同時に投げるとき、出る目の数をそれぞれ a，b とする。このとき、点Pの座標を（a，0），点Qの座標を（0，b）として、点Pを x 軸上に，点Qを y 軸上にとる。
たとえば、a ＝3，b ＝2のとき、x 軸上に点Ｐ(3,0)を、y 軸上に点Q(0,2)をとる。

大、小２つのさいころを同時に投げるとき、次の問いに答えよ。

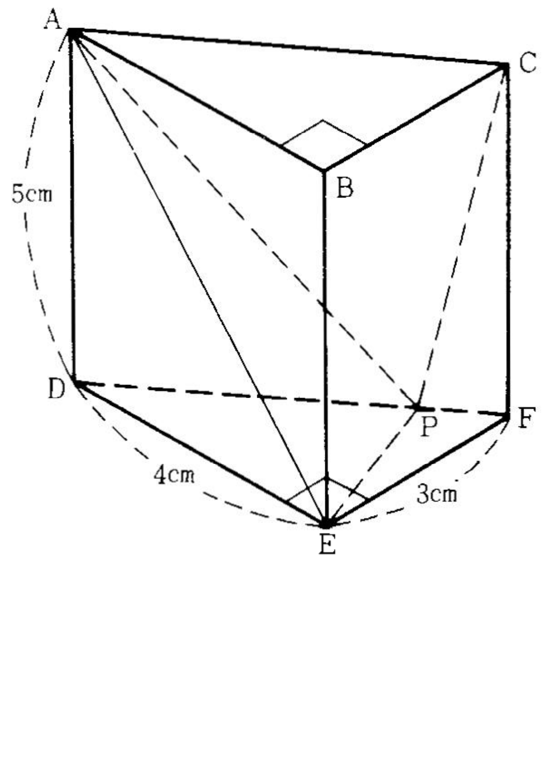
(ｱ) 2点P，Qを通る直線が直線 ℓ に平行となる確率を求めよ。

(ｲ) 3点O，P，Qを結んでできる△OPQの面積が△OABの面積の $\frac{1}{7}$ より小さくなる確率を求めよ。

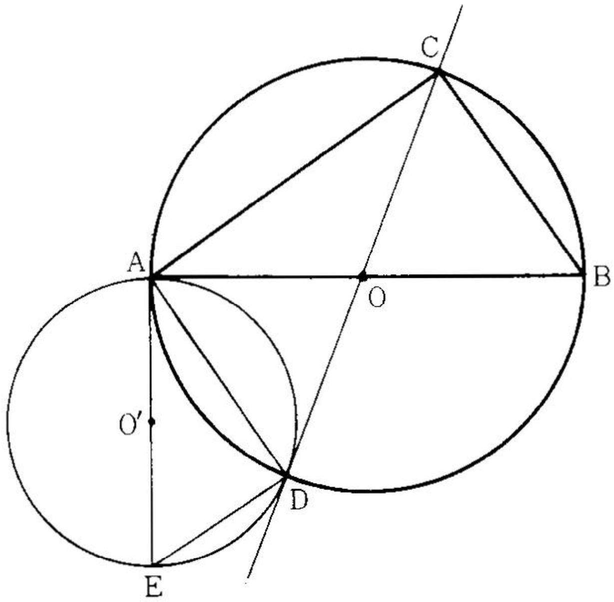
問六．右の図は、DE＝4cm，EF＝3cm，∠DEF＝90°の直角三角形DEFを底面とし、
AD＝5cmを高さとする三角柱である。点Ｐが辺DF上にあり、DP＝4cmであるとき、
次の問いに答えよ。

(ｱ) 線分PCの長さを求めよ。

(ｲ) この三角柱を３点A，E，Pを通る平面で切ったとき、４点A，D，E，Pを頂点とする立体（三角すい）の体積を求めよ。



問七．次の図のように、線分ABを直径とする円Ｏの周上に点A,Bと重ならない点Ｃをとり、線分COを延長して円Ｏと交わる点をＤとする。また、点Ｄで直線CDに接し、点Ａを通る円を円Ｏ'とする。線分ＡＯ'を延長して円Ｏ'と交わる点をＥとするとき、次の問いに答えよ。



(ｱ) △ABCと△AEDは相似であることを証明せよ。

(ｲ) AB＝6cm，AC＝5cmのとき、線分AEの長さを求めよ。

解答・解説

問一.

(ｱ) $-7+11$

$=4$

(ｲ) $-3+2\times(4-7)$

$=-3+2\times(-3)$

$=-3-6$

$=-9$

(ｳ) $\dfrac{2}{3}-\dfrac{3}{4}$

$=\dfrac{8}{12}-\dfrac{9}{12}$

$=-\dfrac{1}{12}$

(ｴ) $3\sqrt{3}-\sqrt{12}$

$=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}$

(ｵ) $\dfrac{2x+1}{3}-\dfrac{x-3}{2}$

$=\dfrac{2(2x+1)-3(x-3)}{6}$

$=\dfrac{4x+2-3x+9}{6}$

$=\dfrac{x+11}{6}$

(ｶ) $2a^2\times 3ab^2$

$=6a^3b^2$

(ｷ) $(x-3)^2-(x+2)(x-8)=x^2-6x+9-(x^2-6x-16)$

$=x^2-6x+9-x^2+6x+16$

$=25$

問二.

(ｱ) $5x^2-20$

$=5(x^2-4)$

$=5(x-2)(x+2)$

(ｲ) 関数 $y=\dfrac{1}{3}x+3$

x	0	7
y	3	$\dfrac{16}{3}$

値域　$3\leqq y\leqq\dfrac{16}{3}$

(ｳ) $3x-1>2x-3$

$x>-2$

$2(x+2)>3x+1$

$2x+4>3x+1$

$-x>-3$

$x<3$

Ans.　$-2<x<3$

(ｴ) $2a+ab$ に

$a=3+\sqrt{3}$, $b=1-\sqrt{3}$ を代入

$=2(3+\sqrt{3})+(3+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})$

$=6+2\sqrt{3}+3-3\sqrt{3}+\sqrt{3}-3$

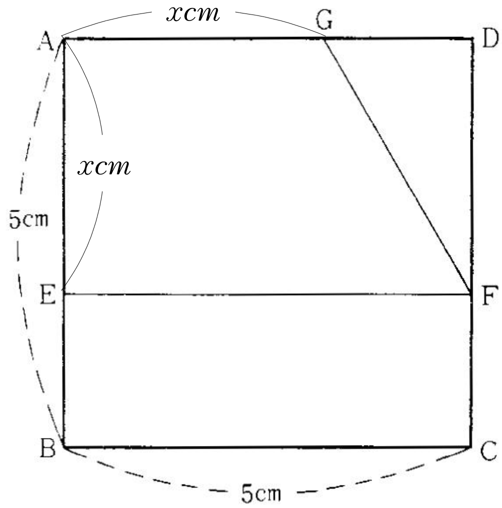
$=6$

(ｴ)の別解　$2a+ab=a(2+b)=(3+\sqrt{3})(2+1-\sqrt{3})$

$=9-3$

$=6$

(ｵ) 正方形ABCD、EF∥AD、AG＝AE
台形AEFGの面積が12㎝^{2}。
線分AEの長さを求めよ。



AG＝AE＝ x cmとすると

$$x(x+5)\times\frac{1}{2}=12$$

$$x^2+5x=24$$

$$x^2+5x-24=0$$

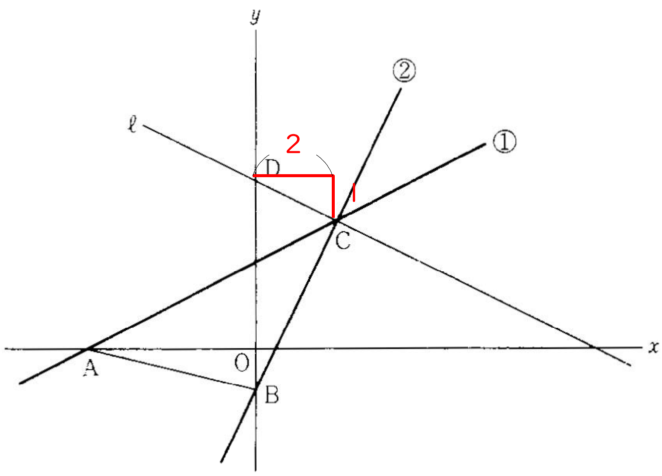
$$(x+8)(x-3)=0$$

$$x=-8,3$$

$x>0$より　$x=3$　Ans. 3 cm

問三．直線①，②は、それぞれ $y=\frac{1}{2}x+2$，$y=2x-1$

(ｱ) 2点A，B間の距離を求めよ。



①の切片2　傾き$\frac{1}{2}$より

4コイッテ2アガルので　A(−4，0)
②の切片−1より　B(0，−1)

△AOBで三平方の定理より
AB＝$\sqrt{16+1}=\sqrt{17}$

(ｲ) OA＝ODのとき，2点C，Dを通る直線ℓの式

OA＝ODよりD(0，4)　点Cは①と②の交点なので　$2x-1=\frac{1}{2}x+2$ を解く

両辺×2　$4x-2=x+4$　　$y=2x-1$ に $x=2$を代入

$3x=6$　　$y=4-1$

$x=2$　　$y=3$　　C(2，3)

D(0，4)より切片は4　あとは傾きだけ

Ⅰ．図から求める　D(0，4)，C(2，3)　2コイッテ1サガルので　傾きは$-\frac{1}{2}$

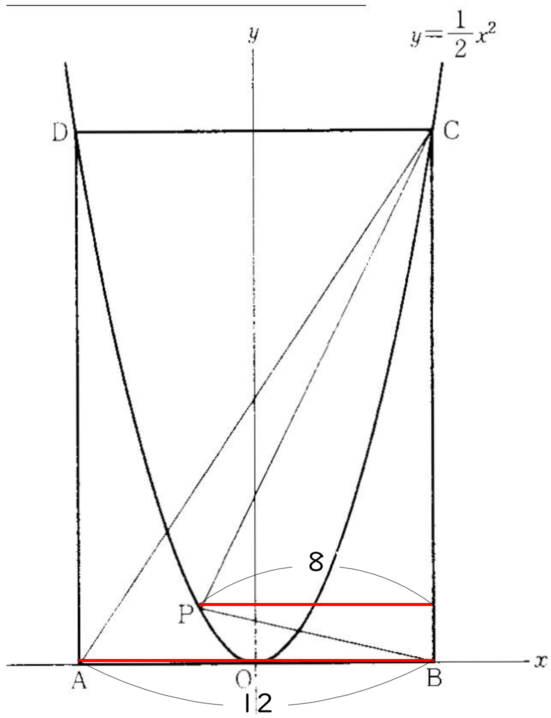
Ⅱ．計算で求める　$y=ax+4$にC(2，3)を代入　$3=2a+4$

$$-2a=1$$

$$a=-\frac{1}{2}$$

Ans.　$y=-\frac{1}{2}x+4$

問四．長方形ABCD、頂点B,Cの x 座標が6



(ｱ) 点Dの座標

$x=6$ を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して　$y=18$

したがって、C(6,18)と分かる
点Dは点Cと y 軸について対称なので

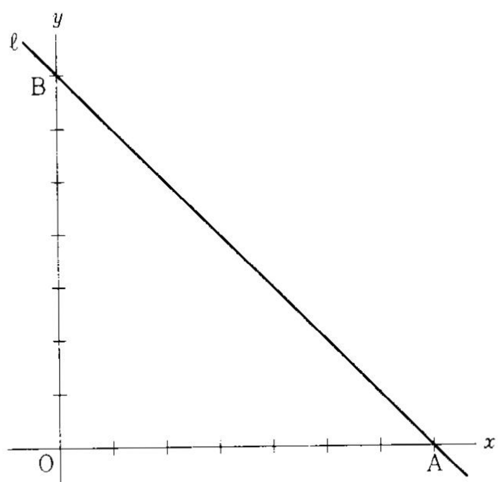
Ans.　D(－6,18)

(ｲ) △ABCと△PBCの面積の比が3：2のとき
点Pの座標

三角形の面積比は底辺が同じなら
高さの比＝面積の比
底辺をBCと考えれば共通で等しいので
高さの比が3：2になれば良い。
AB＝12なので　BP'＝8、　つまり点Pの x 座標が－2となる。

これを放物線の式に代入して　$y=\frac{1}{2}\times 4=2$　　Ans.(－2，2)

問五．3点O，A，Bの座標はそれぞれ(0,0)，(7,0)，(0,7)であり
次の規則にしたがって、点Pを x 軸上に、点Qを y 軸上にとることとする。



〔規則〕
たとえば、$a=3$，$b=2$ のとき、x 軸上に
点P(3,0)を、y 軸上に点Q(0,2)をとる。

(ｱ) 2点P，Qを通る直線∥直線 ℓ となる確率
平行になるには同じ目が出れば良い

$$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

(ｲ) △OPQの面積が△OABの面積の $\frac{1}{7}$ より小さい

△OABの面積は、$7\times 7\times\frac{1}{2}=\frac{49}{2}$

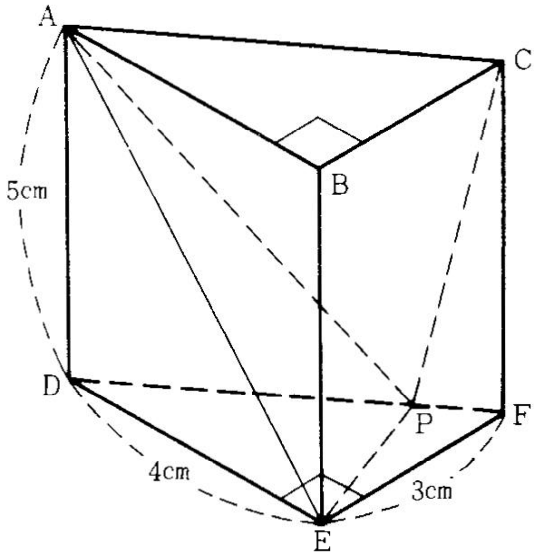
△OPQの面積＜$\frac{49}{2}\times\frac{1}{7}$　　つまり、△OPQの面積＜$\frac{7}{2}$ になる確率を求める

$ab\times\frac{1}{2}<\frac{7}{2}$　より　$ab<7$　　a と b の積が6以下になれば良い

(1,1)(1,2)(1,3)(1,4)(1,5)(1,6)(2,1)(2,2)(2,3)(3,1)(3,2)(4,1)(5,1)(6,1)

Ans.　$\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$

問六．DE＝4cm，EF＝3cm，∠DEF＝90°の直角三角形DEFを底面とし、
AD＝5cmを高さとする三角柱である。点Ｐが辺DF上にあり、DP＝4cmである。



(ｱ) 線分PCの長さを求めよ。

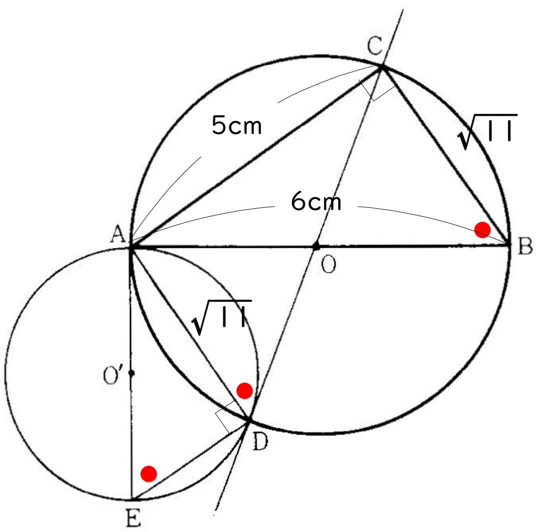
△DEFで3：4：5より　DF＝5cm
PF＝DF－DP＝5－4＝1
△PFCで三平方の定理を使い
$PC^2=5^2+1^2=26$
PC＞0より　　$PC=\sqrt{26}$ cm

(ｲ) この三角柱を３点A，E，Pを通る平面で切ったとき、４点A，D，E，Pを頂点とする立体（三角すい）の体積を求めよ。

底面積の比＝底辺の比より　DP：DF＝４：５なので、
△DPEの面積：△DEFの面積＝４：５
したがって、△DPEの面積＝△DEFの面積×$\frac{4}{5}$　ここではまだ計算しない

三角すいの体積＝$\underbrace{3\times4\times\frac{1}{2}}_{\triangle DEFの面積}\times\frac{4}{5}\times\underbrace{5}_{高さ}\times\frac{1}{3}=8$　　　Ans.　$8cm^3$

問七．



(ｱ) △ABCと△AEDは相似の証明

△ABCと△AEDにおいて
線分AB,AEは円Ｏ,Ｏ'の直径なので
∠ACB＝∠ADE＝90°　…　①
$\overset{\frown}{AC}$の円Ｏに対する円周角は等しいので
∠ADC＝∠ABC　　　…　②
直線CDは円Ｏ'の接線なので
∠ADC＝∠AED　　　…　③
②，③より
∠ABC＝∠AED　　　…　④
①，④より　　２組の角がそれぞれ等しいので　　△ABC∽△AED

(ｲ) AB＝6cm，AC＝5cmのとき、線分AEの長さ
△ABCにおいて三平方の定理より　$BC=\sqrt{36-25}=\sqrt{11}$
△ABC≡△CDAより　　$BC=AD=\sqrt{11}$
△ABC∽△AEDなので　$5:6=\sqrt{11}:AE$　　$AE=\frac{6\sqrt{11}}{5}$ cm