昭和６3年度　公立高校学力検査

問一．次の計算をせよ。

(ｱ) 3－(－5)

(ｲ) 4＋2×(3－6)

(ｳ) $-\dfrac{2}{7}+\dfrac{1}{3}$

(ｴ) $2a^2b\times(-3ab)$

(ｵ) $\dfrac{x}{2}-\dfrac{2x-1}{4}$

(ｶ) $5\sqrt{2}-\dfrac{6}{\sqrt{2}}$

(ｷ) $(a+2)^2+2a(a-2)$

問二．

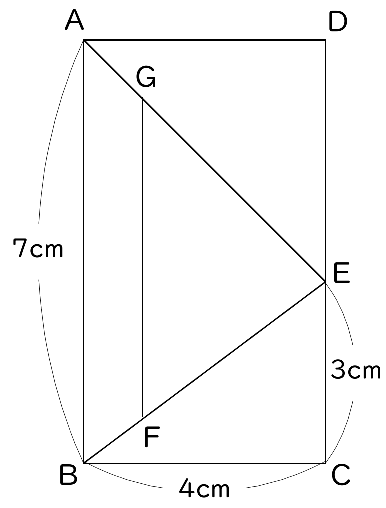
(ｱ) $x(x+7)-18$　を因数分解せよ。

(ｲ) 関数 $y=\dfrac{1}{3}x^2$ について，定義域が $0\leqq x\leqq 6$ であるときの値域を求めよ。

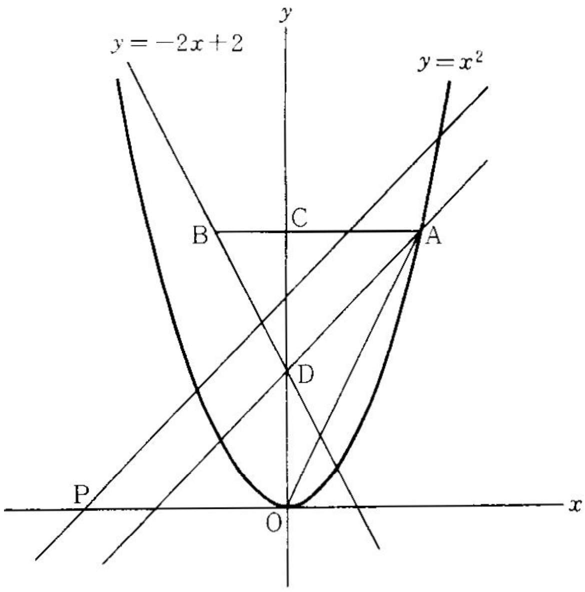
(ｳ) 不等式 $\dfrac{1}{3}(3-x)<x+2$ を解け。

(ｴ) 2次方程式 $x^2+3ax=6$ の1つの解が $x=2$ であることき、a の値を求めよ。

(ｵ) 右の図のような，AB＝7cm，BC＝4㎝の長方形がある。点Eは辺CD上にあり，CE＝3㎝である。点Fは線分EB上にありEF＝EDである。また，点Gは線分EA上にあり，GF∥ABである。このとき，線分GFの長さを求めよ。



問三．右の図において、点Ａは関数 $y = x^2$ のグラフ上にあり、x 座標は 2である。点Ｂは関数 $y = -2x + 2$ のグラフ上にあり、x 座標は -1 である。点Ｃは線分ＡＢと y 軸との交点であり、点Ｄは関数 $y = -2x + 2$ のグラフと y 軸との交点である。また、点Ｐは x 軸上にあり、x 座標は負である。原点をＯとして、次の問いに答えよ。



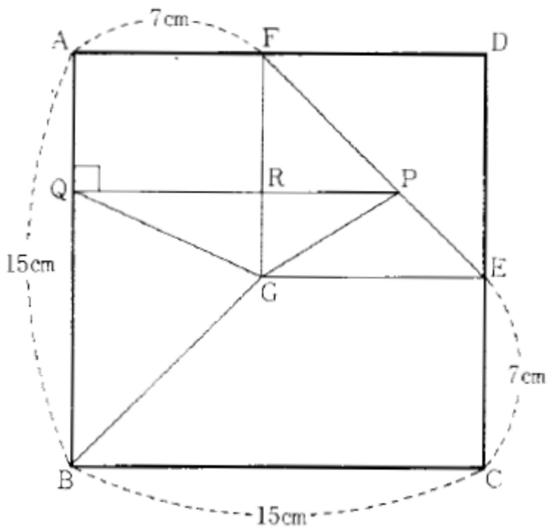
(ｱ) △COAの面積は△CDAの面積の何倍か。

(ｲ) AB＝OPのとき、２点A，Dを通る直線に平行で、点Ｐを通る直線の式を求めよ。

問四．図のような，1辺の長さが15cmの正方形ABCDがある。点E，Fはそれぞれ辺CD，DA上にあり，CE＝AF＝7cmである。点Gは，点Eを通り辺CBに平行な直線と，点Fを通り辺ABに平行な直線との交点である。

いま，線分EF上に点E，Fと重ならない点Pをとり，Pから辺ABに垂線PQをひき，PQと線分FGとの交点をRとする。このとき，次の問いに答えよ。

(ｱ) 線分BGの長さを求めよ。



(ｲ) △GPQの面積が△GEFの面積の $\dfrac{9}{16}$ のとき，線分RGの長さを求めよ。

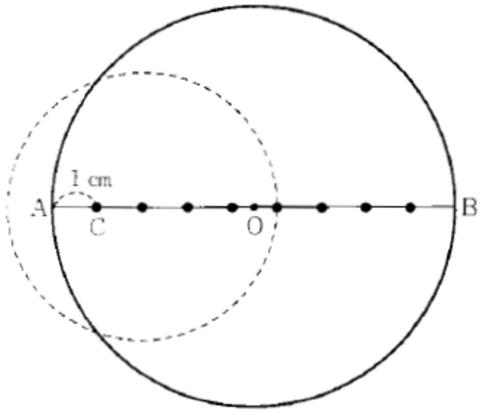
問五．図のように、AB＝9cmを直径とする円Oがあり、直径ABを９等分する点のうち点Aから1cm離れた点をCとする。

いま、大、小２つのさいころを同時に１回投げるとき、大きいさいころの出る目の数を a，小さいさいころの出る目の数を b とする。このとき、直径ABを９等分する点のうち、点Aから $a$cm離れた点を中心として半径 $b$cmの円Pをかくものとする。

たとえば、a ＝2，b ＝3のとき、直径ABを９等分する点のうち、点Aから2cm離れた点を中心として半径3cmの円P（右上の図の点線で示した円）をかくものとする。

大、小２つのさいころを同時に１回投げるとき、次の問いに答えよ。

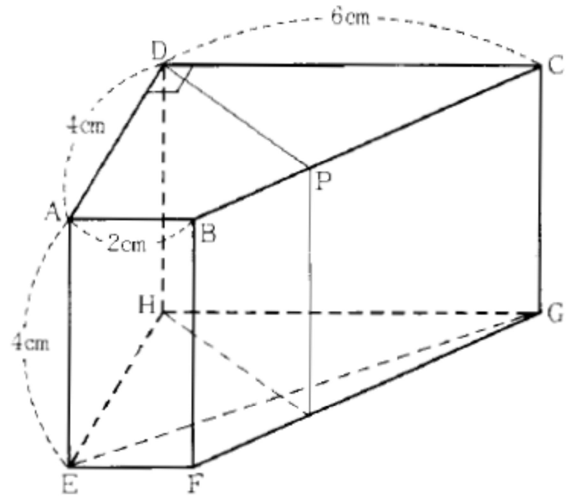
(ｱ) 円Pが点Cを通る確率を求めよ。



(ｲ) 円Pが円Oと２点で交わる確率を求めよ。

問六．右の図のように、底面が台形である四角柱があり、AB∥DC，∠CDA＝90°
AB＝2cm，CD＝6cm，DA＝4cm，AE＝4cmである。点Pは辺BC上にあり
BP＝$\frac{1}{3}$BCである。このとき、次の問いに答えよ。

(ｱ) 頂点E，Gを結んでできる線分EGの長さを求めよ。

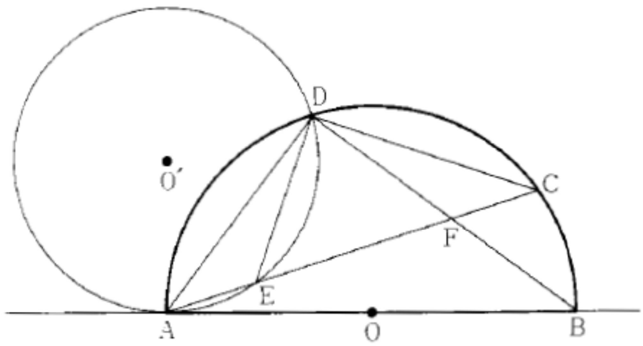


(ｲ) この四角柱を頂点D，Hおよび点Pの３点を通る平面で切ると、２つの立体に分けられる。このうち、三角柱の体積を求めよ。

問七．図のように、点Ｏを中心とし、線分ＡＢを直径とする半円がある。この半円の弧AB上に点Ａ，Ｂと重ならない点Ｃをとり、弧ＡＣ上にAD＝DCとなる点Ｄをとる。

また、直線ＡＢ上の点Ａで接し、点Ｄを通る円を円Ｏ´とする。線分ＡＣと円Ｏ´との交点のうち、点Ａ以外の点をＥとし、線分ＡＣと線分ＢＤとの交点をＦとする。

このとき、次の問いに答えよ。



(ｱ) △DAEと△DCFは合同であることを証明せよ。

(ｲ) $\overset{\frown}{DC}$：$\overset{\frown}{CB}$＝2：1のとき、∠FDEの大きさを求めよ。

解答・解説

問一.

(ｱ) $3-(-5)$

$=3+5$

$=8$

(ｲ) $4+2\times(3-6)$

$=4+2\times(-3)$

$=4-6$

$=-2$

(ｳ) $-\frac{2}{7}+\frac{1}{3}$

$=-\frac{6}{21}+\frac{7}{21}$

$=\frac{1}{21}$

(ｴ) $2a^2b\times(-3ab)$

$=-6a^3b^2$

(ｵ) $\frac{x}{2}-\frac{2x-1}{4}$

$=\frac{x}{2}-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}$

$=\frac{1}{4}$

(ｶ) $5\sqrt{2}-\frac{6}{\sqrt{2}}$

$=5\sqrt{2}-\frac{6\sqrt{2}}{2}$

$=2\sqrt{2}$

(ｷ) $(a+2)^2+2a(a-2)=a^2+4a+4+2a^2-4a=3a^2+4$

問二.

(ｱ) $x(x+7)-18=x^2+7x-18=(x+9)(x-2)$

展開したままでは×ですよ。因数の積の形にするのが因数分解です。

(ｲ) 関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ 　$x=0$のとき $y=0$

$x=6$のとき $y=12$ 　値域は$0\leqq y\leqq 12$

(ｳ) 不等式 $\frac{1}{3}(3-x)<x+2$ 　両辺×3 　$3-x<3x+6$

$-4x<3$

$x>-\frac{3}{4}$

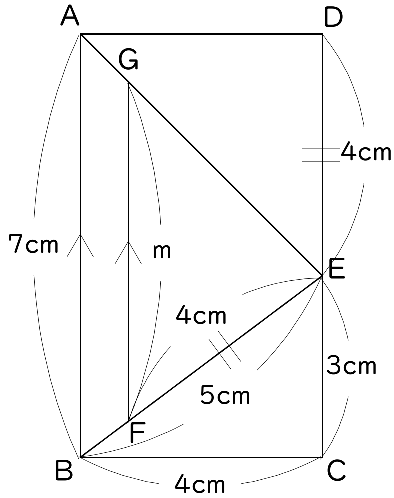
(ｴ) 2次方程式 $x^2+3ax=6$ の1つの解が $x=2$であることき、aの値を求めよ。

$x=2$を代入して 　$4+6a=6$

$6a=2$

$a=\frac{1}{3}$

(ｵ) AB＝7cm，BC＝4㎝の長方形
点Ｅは辺CD上にあり，CE＝3㎝
点Ｆは線分EB上にありEF＝ED
点Ｇは線分EA上にあり，GF∥ABである
このとき，線分GFの長さを求めよ。



△BCEにおいて三平方の定理より　BE＝５cm
また、EF＝ED＝４cm
△EAB∽△EFGより　　４：５＝m：７

$$5m = 28$$

$$m = \frac{28}{5} \qquad \frac{28}{5}\text{cm}$$

問三.

(ｱ) △COAの面積は△CDAの面積の何倍？

三角形の面積比 → 底辺の比＝面積の比

y＝－2x＋2にx＝－１を代入すると

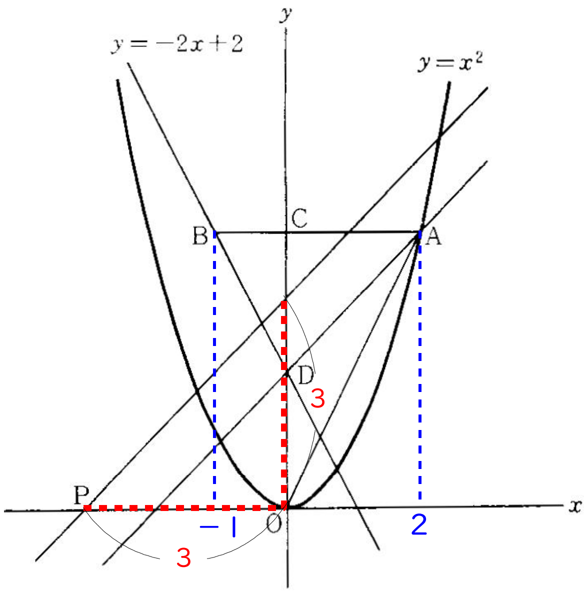
y＝4なので

点B(－１,4)より 点C(0,4)となる

△COAと△CDAは高さが同じなので

底辺の比を考えると，点D(0,2)より

CO＝4，CD＝2 なので ２倍



(ｲ) AB＝OPのとき、２点A，Dを通る直線に平行で、点Ｐを通る直線の式？

直線の式を求める
→ 傾きが分かっているので、通る点の座標を代入する

直線ADの傾きは 2ｺｲｯﾃ 2ｺｱｶﾞﾙので傾きは＋１　　AB＝OP＝3より　P(－3,0)

そこから　3ｺｲｯﾃ　3ｱｶﾞﾚﾊﾞ　切片は3　　　Ans.　$y = x + 3$

(面倒な別解) $y = x + b$に(－3，0)を代入して 0＝－3＋b　b＝3

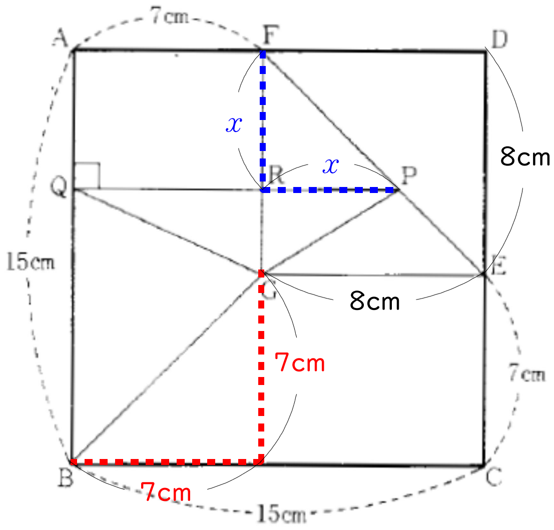
Ans.　$y = x + 3$

問四．1辺の長さが15cmの正方形ABCD。CE＝AF＝7cm。点Pから辺ABに垂線PQをひき，PQと線分FGとの交点をRとする。

(ｱ) 線分BGの長さを求めよ。

△GBSにおいて三平方の定理

$1:1:\sqrt{2}$ より　　$7\sqrt{2}$ cm



(ｲ) △GPQの面積が△GEFの面積の$\frac{9}{16}$のとき，線分RGの長さを求めよ。

△GEFの面積は　$8\times8\times\frac{1}{2}=32$なので

△GPQの面積は　$32\times\frac{9}{16}=18$となる

FR＝RP＝x cmとすると　QP＝7＋x　，RC＝8－x

△GPQの面積は　$(7+x)(8-x)\times\frac{1}{2}=18$　とおける

$$56+x-x^2=36$$
$$0=x^2-x-20$$
$$(x-5)(x+4)=0$$
$$x=5,\ -4$$

$x>0$より　$x=5$

RG＝8－5＝3　　3cm

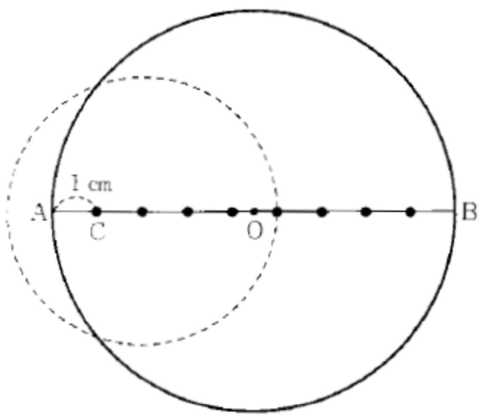
問五．大きいさいころの出る目の数を a，小さいさいころの出る目の数を b とする。点Ａから $a$cm離れた点を中心として半径 $b$cmの円Ｐをかく。

たとえば、$a=2$，$b=3$のとき、直径ABを９等分する点のうち、点Ａから2cm離れた点を中心として半径3cmの円Ｐ（右上の図の点線で示した円）をかくものとする。

(ｱ) 円Ｐが点Ｃを通る確率

(ｲ) 円Ｐが円Ｏと２点で交わる確率

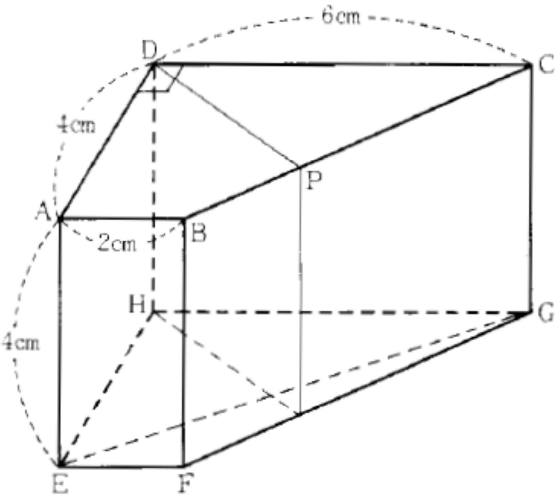
	a 1	2	3	4	5	6
b 1		○				
2	×		○			
3	×	×		○		
4	×	×	×		○	×
5	×	×	×			○×
6	×	×				



(ｱ) ○印の５個　$\frac{5}{36}$　　(ｲ)　×印の13個　$\frac{13}{36}$

問六．AB//DC，∠CDA＝90°、AB＝2cm，CD＝6cm，DA＝4cm，AE＝4cm

点Ｐは辺BC上にあり、$BP=\frac{1}{3}BC$



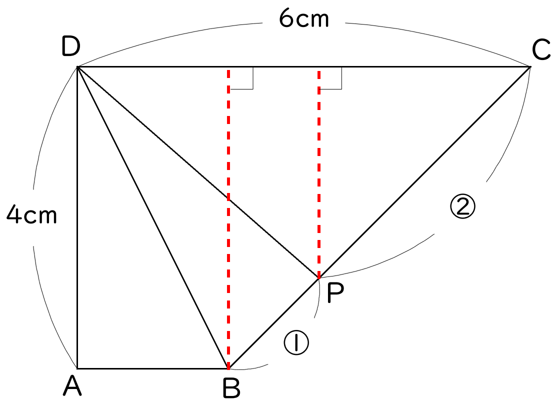
(ｱ) 線分EGの長さ

△EFGにおいて。三平方の定理より

$EG^2=4^2+6^2=52$

EG＞0より　$EG=2\sqrt{13}$

(ｲ) この四角柱を頂点D，Hおよび点Ｐの３点を通る平面で切ると、２つの立体に分けられる。このうち、三角柱の体積を求めよ。



底辺共通、高さの比で考えると

△DPCの面積＝△DBCの面積×$\frac{2}{3}$

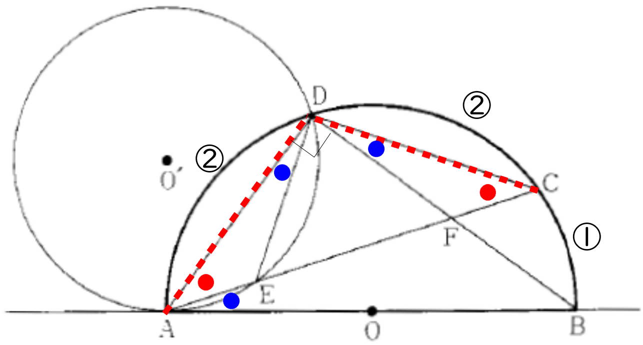
△DBCの面積＝$6\times4\times\frac{1}{2}=12$

△DPCの面積＝$12\times\frac{2}{3}=8$

三角柱の体積＝8×4＝32　　$32cm^3$

問七．弧ＡＣ上にAD＝DCとなる点Ｄ

(ｱ) 証明



△DAEと△DCFにおいて

仮定より

DA＝DC　…　①

①より　△DACは二等辺三角形なので

∠DAE＝∠DCF　…　②

直線ABは円Ｏ′の接線なので

∠EDA＝∠CAB　…　③

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいから　　∠CAB＝∠FDC　…　④

③、④より　　∠EDA＝∠FDC　…　⑤

①、②、⑤より　一辺とその両端の角がそれぞれ等しいので　　△DAE≡△DCF

(ｲ) $\overset{\frown}{DC}$：$\overset{\frown}{CB}$＝2：1のとき、∠FDEの大きさ

$\overset{\frown}{CB}$は円周全体の$\frac{1}{10}$　　円周角∠CAB＝180÷10＝18

ABは直径なので∠ADB＝90°　　∠FDE＝90－18＝72　　Ans．72°