神奈川県立入試問題　1989（H01）

問一．次の計算をしなさい。

(ア)　$-8+2$
(イ)　$2-3\times(4-7)$
(ウ)　$\dfrac{1}{6}-\dfrac{4}{9}$
(エ)　$8a^3b^2\div(-2a^2b)$
(オ)　$x-\dfrac{3x-1}{4}$
(カ)　$\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\sqrt{24}$
(キ)　$(x+4)(x-4)-(x-1)^2$

問二．次の問いに答えなさい。

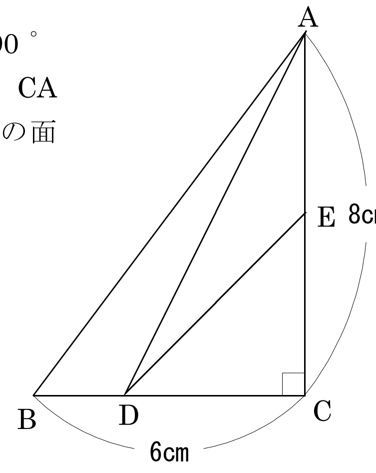
(ア) 方程式 $x(x+2)=24$ を解け

(イ) 関数 $y=2x^2$ について，x の値が -1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(ウ) 不等式 $-9<4x-5<2x+7$　を解け。

(エ) a を正の整数とするとき，$3<\sqrt{2a}<4$ を成り立たせる a の値を**すべて**求めよ。

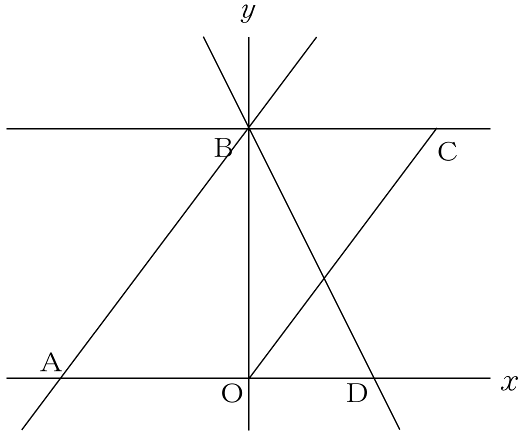
(オ) 右の図のような，BC ＝ $6cm$，CA ＝ $8cm$，$\angle$ C ＝ 90° の直角三角形 ABC がある。2 点 D，E はそれぞれ辺 BC，CA 上にあり，DC ＝ CE である。△ ABD の面積と△ EDC の面積が等しいとき，線分 DC の長さを求めよ。



問三．右の図において，2点A，Bは直線$y=\frac{4}{3}x+4$がx軸，y軸とそれぞれ交わる点でる。

点Cは，点Bを通りx軸に平行な直線上にあり，そのx座標は正である。また，点Dはx軸上にあり，そのx座標は点Aのx座標より大きい。原点をOとして，次の問いに答えよ。

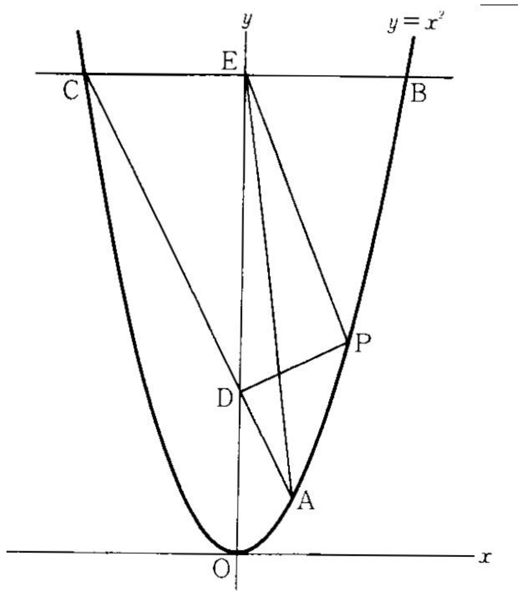
(ア) 四角形BAOCが平行四辺形であるとき，点Cの座標を求めよ。



(イ) AD＝ABのとき，
2点B，Dを通る直線の式を求めよ。

問四．右の図において，2点A，Bは関数$y=x^2$のグラフ上にあり，x座標はそれぞれ 1，3 である。点Cは関数$y=x^2$のグラフ上にあり，直線BCはx軸と平行である。2点D，Eはそれぞれ直線AC，BCとy軸との交点である。また，点Pは 関数$y=x^2$のグラフの上にあり，x座標は正である。このとき，次の問いに答えよ。

(ア) 2点A，C間の距離を求めよ。

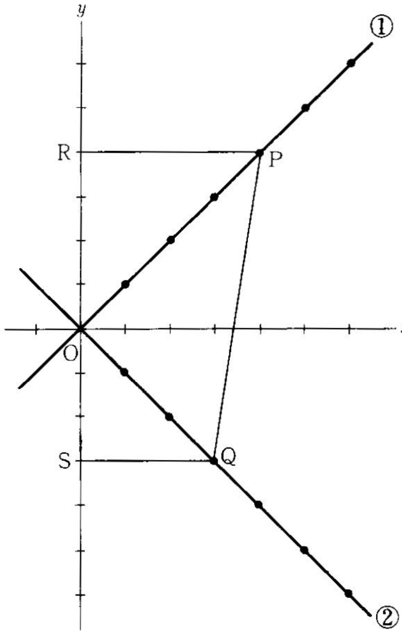


(イ) △CAEと△PEDの面積の比が 2：1のとき，
点Pの座標を求めよ。

問五. 右の図において，直線①，②はそれぞれ $y = x$，$y = -x$ のグラフである。いま，次の規則にしたがって点 P を直線①上に，点 Q を直線②上にとることとする。

〔規則〕

大、小 2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき，出る目の数をそれぞれ a，b する。このとき，a を x 座標とする点 P を直線①上に，b を x 座標とする点 Q を直線②上にとる。たとえば，$a = 4$，$b = 3$ のとき，右の図のように直線①上に点 P(4，4)，直線②上に点 Q(3，－3)をとる。



さらに，2 点 P，Q からそれぞれ x 軸に平行な直線をひき、y 軸との交点をそれぞれ R，S とする。大，小 2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき，次の問いに答えよ。

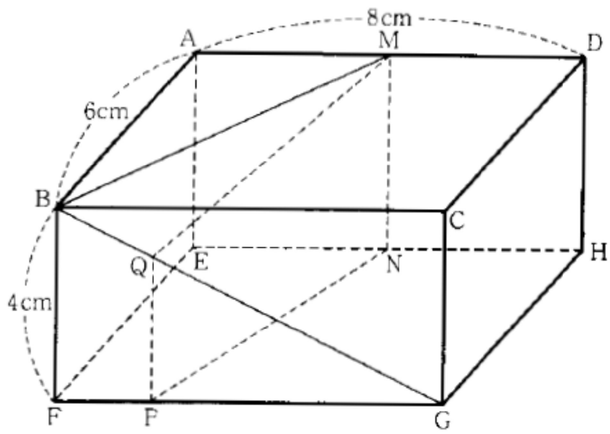
(ｱ) PR ＝ 2QS となる確率を求めよ。

(ｲ) x 軸，y 軸の 1 目もりの長さをともに 1cm とするとき，面積が 18cm^2となる確率を求めよ。

問六. 図のような，AB ＝ 6cm，AD ＝ 8cm，BF ＝ 4cm の直方体がある。2 点 M，N はそれぞれ辺 AD，EH の中点である。また，2 点 P，Q はそれぞれは辺 FG，線分 BG 上にあり，PQ ∥ FB である。このとき，次の問いに答えよ。

(ｱ)線分 BM の長さを求めよ。

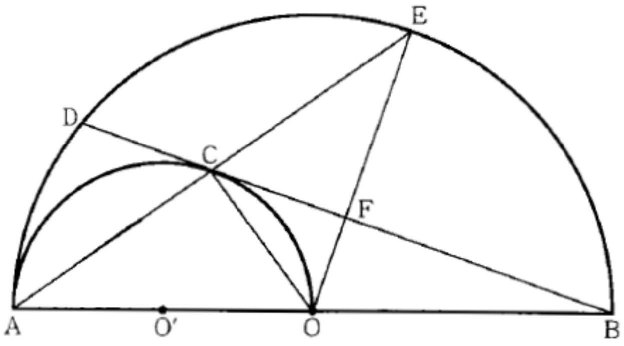
(ｲ)BQ : QG ＝ 1 : 3 のとき，4 点 Q，P，N，M を結んでできる四角形 QPNM の面積を求めよ。



問七．図のように、線分 AB を直径とし点 O を中心とする半円 O と、線分 AO を直径とし点 O ´ を中心とする半円 O ´ が、線分 AB に関して同じ側にある。点 B から半円 O ´ に接線 BC をひき、この接線の延長と半円 O との交点を D とする。

また、線分 AC の延長と半円 O との交点を E とし、線分 EO と線分 BD との交点を F とする。このとき、次の問いに答えよ。

(ア) △ CAO と△ FEC は相似であることを証明せよ。



(イ) AO ＝ 6cm のとき、△ COB の面積を求めよ。

解答・解説

問一.

(ア) $-8+2$

$=-6$

(イ) $2-3\times(4-7)$

$=2-3\times(-3)$

$=2+9$

$=11$

(ウ) $\dfrac{1}{6}-\dfrac{4}{9}$

$=\dfrac{3}{18}-\dfrac{8}{18}$

$=-\dfrac{5}{18}$

(エ) $8a^3b^2\div(-2a^2b)$

$=-4ab$

(オ) $x-\dfrac{3x-1}{4}$

$=\dfrac{4x-(3x-1)}{4}$

$=\dfrac{x+1}{4}$

(カ) $\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\sqrt{24}$

$=\dfrac{3\sqrt{6}}{3}+2\sqrt{6}$

$=3\sqrt{6}$

(キ) $(x+4)(x-4)-(x-1)^2$

$=x^2-16-(x^2-2x+1)$

$=2x-17$

問二.

(ア)

$x(x+2)=24$

$x^2+2x-24=0$

$(x-4)(x+6)=0$

$x=4,\ -6$

(イ) 関数 $y=2x^2$ について，x の値が -1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

x	-1	4
y	2	32

公式で $(-1+4)\times 2=6$

(ウ) 不等式 $-9<4x-5<2x+7$ を解け。

$-9<4x-5$　　$4x-5<2x+7$

$-4<4x$　　$2x<12$

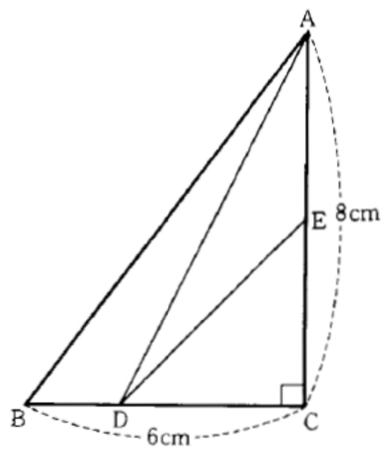
$-1<x$　　$x<6$　　$-1<x<6$

(エ) $3<\sqrt{2a}<4$ より　2 乗すると　$9<2a<16$

2 で割ると　$4.5<a<8$

Ans. $a=5,\ 6,\ 7$

(ｵ) 右の図のような，BC ＝ $6cm$，CA ＝ $8cm$，∠ C ＝ 90°の直角三角形 ABC がある。2 点 D，E はそれぞれ辺 BC, CA 上にあり，DC ＝ CE である。△ ABD の面積と△ EDC の面積が等しいとき，線分 DC の長さを求めよ。



DC ＝ CE ＝ x cm とすると，BD ＝ $(6-x)$ cm

$$8\times(6-x)\times\frac{1}{2}=x\times x\times\frac{1}{2}$$

$$8\times(6-x)=x\times x$$

$$8\times(6-x)=x\times x$$

$$x^2+8x-48=0$$

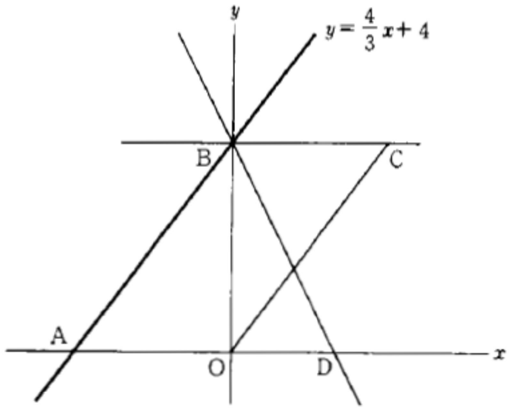
$$(x+12)(x-4)=0$$

$$x=-12,\ 4$$

$x>0$ より　$x=4$　　　　　DC ＝ $4cm$

問三.

(ｱ) 四角形 BAOC が平行四辺形であるとき，点 C の座標を求めよ。



点 B(0, 4) と AB の傾きが$\frac{4}{3}$より　A(－3, 0)

平行四辺形なので　AO ＝ BC ＝ 3

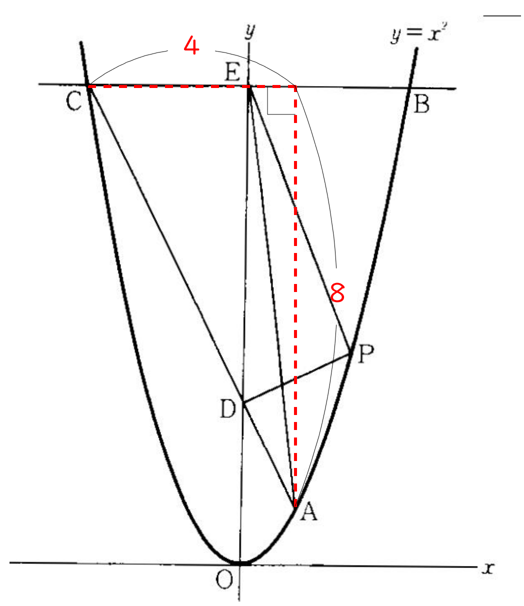
したがって C(3, 4)

(ｲ) AD ＝ AB のとき，2 点 B，D を通る直線の式を求めよ。

三平方の定理より　AB ＝ 5 ＝ AD　より　D(2, 0)

BD の傾きは－ 2　切片は 4 より　　$y=-2x+4$

問四.



(ｱ) **2 点間の距離を求める** → 三平方の定理

点 A，B ともに $y=x^2$ 上の点なので

$x=1, 3$ を代入すれば、

点 A(1, 1)、点 B(3, 9)　点 C は(－ 3, 9)

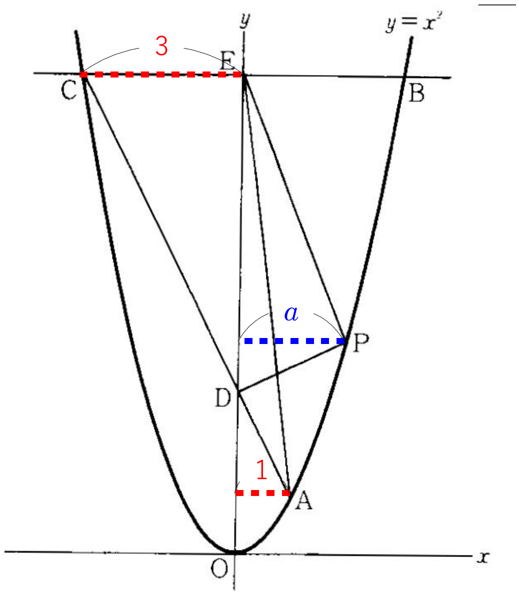
$AC^2=4^2+8^2=80$

AC ＞ 0 なので　AC ＝$4\sqrt{5}$

(ｲ) **三角形の面積比**

△ CAE と△ PED の面積の比が 2：1 のとき，
点 P の座標を求めよ

底辺(ED)が同じなので高さの比＝面積の比



直線 AC の式は、4 ｺｲｯﾃ 8 ｻｶﾞﾙので傾きは－ 2
3 ｺｲｯﾃ 6 ｻｶﾞﾙので 9 － 6 ＝ 3 となり、点 D は(0, 3)

(△ CDE の高さ＋△ ADE の高さ)：△ PED の高さ
＝ 2：1

点 P の x 座標を a とすると
$(3+1):a=2:1$
$2a=4 \qquad a=2$

$x=2$ を $y=x^2$ に代入して $y=4$ *Ans.* (2, 4)

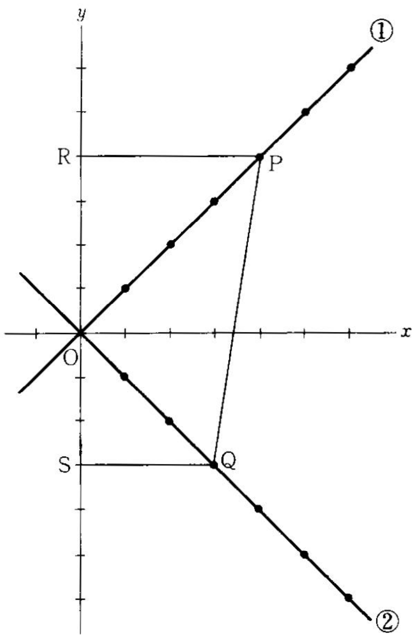
(別解)

真面目に△ CAE $= 3 \times 8 \times \dfrac{1}{2} = 12$　　従って△ PED ＝ 6

$6 \times a \times \dfrac{1}{2} = 6$ より $a=2$ *Ans.* (2, 4)

問五．$y=x$，$y=-x$ のグラフである。いま，次の規則にしたがって点 P を直線①上に，点 Q を直線②上にとることとする。

> 大、小 2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき，出る目の数をそれぞれ a，b する。このとき，a を x 座標とする点 P を直線①上に，b を x 座標とする点 Q を直線②上にとる。
> たとえば，$a=4$，$b=3$ のとき，右の図のように直線①上に点 P(4, 4)，直線②上に点 Q(3, － 3)をとる。



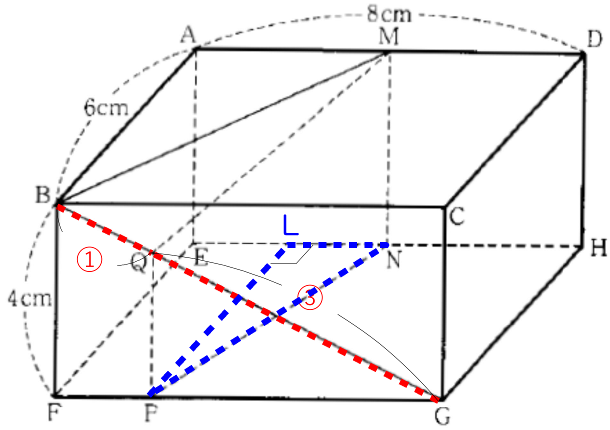
(ｱ) PR ＝ 2QS となる確率を求めよ。 ○印 $\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$

(ｲ) x 軸，y 軸の 1 目もりの長さをともに 1cm とするとき
面積が $18cm^2$ となる確率を求めよ。網掛け部分 $\dfrac{5}{36}$

	a 1	2	3	4	5	6
b 1		○				
2				○		
3						○
4						
5						
6						

$(a+b)^2=36 \quad a+b=6$

問六．AB ＝ $6cm$，AD ＝ $8cm$，BF ＝ $4cm$ の直方体がある。2 点 M，N はそれぞれ辺 AD，EH の中点である。また，2 点 P，Q はそれぞれは辺 FG，線分 BG 上にあり，PQ ∥ FB である。



(ｱ) 線分 BM の長さ

△ ABM において三平方の定理

$BM^2 = 6^2 + 4^2 = 52$

BM ＞ 0 より　　$BM = 2\sqrt{13}\ cm$

(ｲ) BQ : QG ＝ 1 : 3 のとき，4 点 Q，P，N，M を結んでできる四角形 QPNM の面積

△ BFC ∽△ QPC より

③ : ④ ＝ QP : BP (4 cm)　　QP ＝ 3 cm

① : ④ ＝ FP : FC (8 cm)　　FP ＝ 2 cm ＝ EL　　LN ＝ 4 − 2 ＝ 2 cm

△ LPN において三平方の定理

PL ＝ 6 cm　　$PN^2 = 6^2 + 2^2 = 40$　　PN ＞ 0 より　　$PN = 2\sqrt{10}$

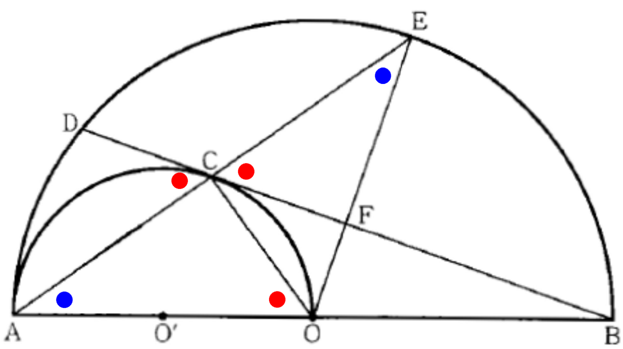
$$四角形\ QPNM\ の面積 = (QP + MN) \times PN \times \frac{1}{2}$$

$$= (3 + 4) \times 2\sqrt{10} \times \frac{1}{2}$$

$$= 7\sqrt{10}$$

$7\sqrt{10}\ cm^2$

問七．線分 AB を直径とし点 O を中心とする半円 O と、線分 AO を直径とし点 O ´ を中心とする半円 O ´。点 B から半円 O ´ に接線 BC をひき、この接線の延長と半円 O との交点を D とする。線分 AC の延長と半円 O との交点を E とし、線分 EO と線分 BD との交点を F とする。



(ｱ) △ CAO と△ FEC において

直線 BD は円 O’ に接線であるから

∠ AOC ＝∠ ACD　　…　①

対頂角は等しいので

∠ ECF ＝∠ ACD　　…　②

①、②より

∠ AOC ＝∠ ECF　　…　③

AO ＝ EO より

∠ OAC ＝∠ CEF　　…　④

③、④より　2 組の角がそれぞれ等しいので　△ CAO ∽△ FEC

(ｲ) AO ＝ $6cm$ のとき、△ COB の面積

∠ ACO ＝ 90° より　●＋●＝ 90°

したがって　∠ OFB ＝ 90° となり

△ O'CB ∽△ OFB

$6 : 9 = \mathrm{OF} : 3$　　∴ OF ＝ 2

△ O'CB において三平方の定理より

$\mathrm{BC}^2 + 3^2 = 9^2$

$\mathrm{BC}^2 = 27 - 9 = 18$

BC ＞ 0 より　$\mathrm{BC} = 6\sqrt{2}$

△ COB の面積＝ $\mathrm{BC} \times \mathrm{OF} \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{2} \times 2 \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{2}$　　$6\sqrt{2}\ cm^2$