神奈川県立入試問題　1990（H02）

問１．次の計算をしなさい。

(ｱ)　$-7-12$

(ｲ)　$5-3\times(7-9)$

(ｳ)　$-\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{5}$

(ｴ)　$\dfrac{1}{3}ab^2\times(-3ab)^2$

(ｵ)　$\dfrac{x-1}{3}-\dfrac{2x-5}{6}$

(ｶ)　$\sqrt{45}-\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{10}}$

(ｷ)　$(x+2)(x+3)-(x-2)^2$

問２．次の問いに答えなさい。

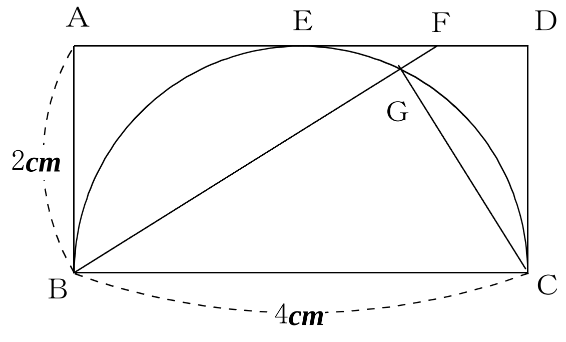
(ｱ) 方程式 $(x+1)(x-2)-4=0$ を解け

(ｲ) 関数 $y=-3x+b$ において、定義域（x の変域）が $-2\leqq x\leqq 3$ のとき、値域（y の変域）は $-5\leqq y\leqq 10$ であった。このとき、b の値を求めよ。

(ｳ) 不等式 $\begin{cases} 7-2x>6 \\ 5x+16>-3x-8 \end{cases}$ を解け。

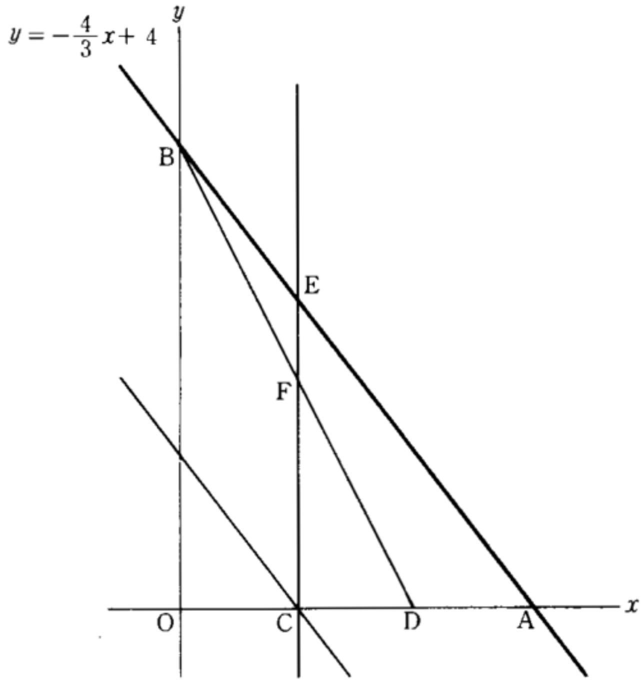
(ｴ) $a=3-\sqrt{3}$，$b=\sqrt{3}+1$ のとき、$a^2-2ab-3b^2$ の値を求めよ。

(ｵ) 図のように，ＡＢ＝ 2*cm*，ＢＣ＝ 4*cm* の長方形ＡＢＣＤと，線分ＢＣを直径とし、線分ＡＤに点Ｅで接する半円がある。線分ＥＤの中点をＦとし，線分ＢＦと半円との交点をＧとするとき，三角形ＧＢＣの面積を求めよ。



問３．右の図において，２点 A，B は直線 $y=-\dfrac{4}{3}x+4$ が x 軸，y 軸とそれぞれ交わる点である。原点を OA とし，線分 OA を３等分する点を原点に近い方から順にそれぞれ C，D とする。また，点 E は，点 C を通り y 軸に平行な直線と直線 AB との交点であり，点 F は線分 BD と直線 EC との交点である。

このとき，次の問いに答えよ。

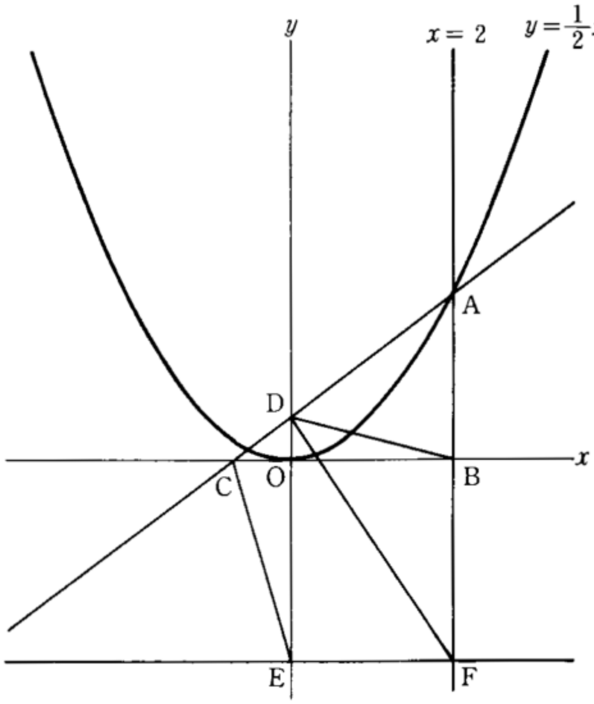


(ア) 点 C を通り，直線 AB に平行な直線の式を求めよ。

(イ) 点 F の座標を求めよ。

問４. 図において、2 点 A，B は、直線 $x=2$ が関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフおよび x 軸とそれぞれ交わる点である。点 C は、点 A と点 D$\left(0,\ \dfrac{1}{2}\right)$を通る直線が x 軸と交わる点である。点 E は y 軸上にあり、その y 座標は負である。また、点 F は、点 E を通り x 軸に平行な直線と直線 $x=2$ との交点である。

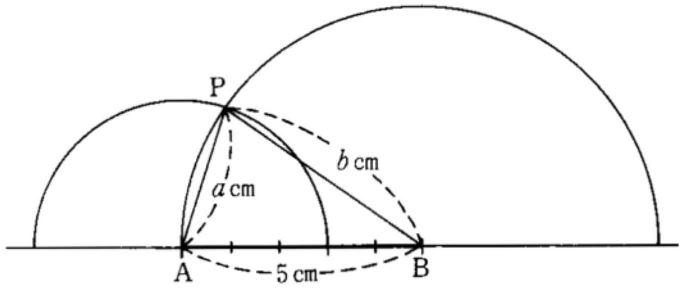
原点を O として次の問いに答えよ。



(ア) 2 点 A，D 間の距離を求めよ。

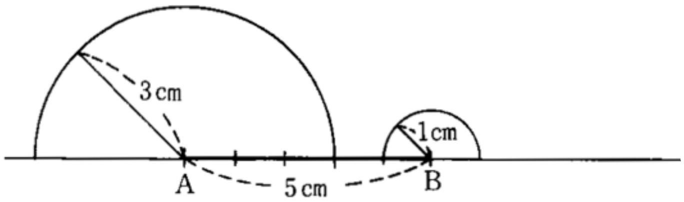
(イ) 四角形 DCEF の面積が三角形 ADB の面積の 2 倍であるとき、点 E の座標を求めよ。

問５．図のように、長さ $5cm$ の線分 AB がある。いま、大，小２つのさいころを同時に投げて、出る目の数がそれぞれ a，b ならば、点 A を中心とする半径 acm の半円と、点 B を中心とする半径 bcm の半円を直線 AB 上側にかくものとする。このとき、２つの半円には共有する点がある場合とない場合があり、共有する点がある場合には、その点を P とする。



例

たとえば、$a = 3$，$b = 1$ のとき、
右の図のように、点 A を中心とする半径 $3cm$ の半円と、
点 B を中心とする半径 $1cm$ の半円をかく。
この場合は、共有する点 P がない。



大、小２つのさいころを同時に１回投げるとき、次の問いに答えよ。

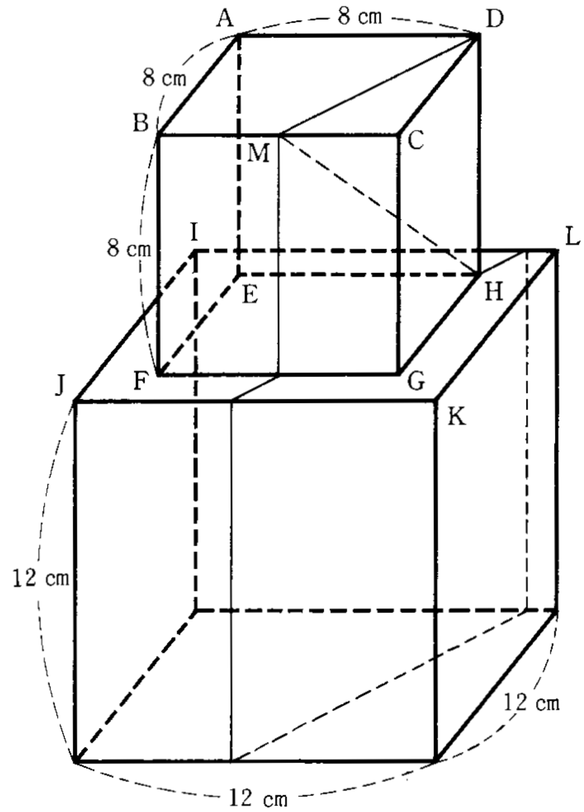
(ｱ) 共有する点 P が線分 AB 上にある確率を求めよ。

(ｲ) 共有する点 P と２点 A，B を結んでできる三角形が二等辺三角形（正三角形をふくむ）になる確率を求めよ。

問６．右の図は、１辺が 12*cm* の立方体の上に１辺が 8*cm* の立方体をのせた形の１つの立体で正方形 EFGH の対角線 EG, FH は、それぞれ正方形 IJKL の対角線 IK, JL 上にある。点 M は辺 BC の中点である。いま、この立体を線分 DM をふくみ平面 ABCD に垂直な平面で切り、２つの立体に分けたとき、次の問いに答えよ。

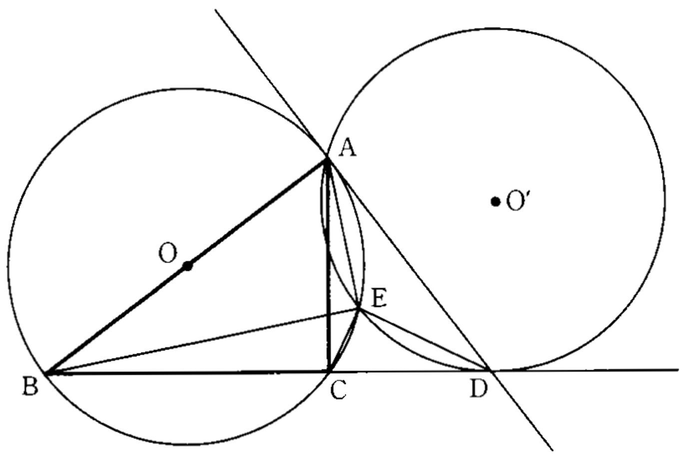
(ア) 線分 MH の長さを求めよ。

(イ) ２つに分けられた立体のうち、小さい方の立体の体積を求めよ。



問７．右の図のように、線分 AB を直径とする円 O に内接する三角形 ABC がある。点 A における円 O の接線と辺 BC の延長との交点を D とする。また、点 A を通り、点 D で直線 BD に接する円を円 O′ とし、円 O′ と円 O との交点のうち、点 A 以外の点を E とする。このとき、次の問いに答えよ。

(ア) △ ABE と△ CDE は相似であることを証明せよ。



(イ) AB ＝ 5*cm*，BC ＝ 4*cm* のとき、△ ABE と△ CDE の相似比を最も簡単な整数の比で表せ。

解答・解説

問１．

(ア) -19　　(イ) 11　　(ウ) $-\dfrac{7}{20}$　　(エ) $3a^3b^4$

(オ) $\dfrac{1}{2}$　　(カ) $2\sqrt{5}$　　(キ) $9x+2$

問２．

(ア) $x=-2, 3$　　$(x+1)(x-2)-4=0$　　$x^2-x-6=0$　　$(x+2)(x-3)=0$

(イ) $b=4$　　$y=-3x+b$ に $(-2,\ 10)$ を代入して　　$10=6+b$

傾きが負なので、対応する $(x,\ y)$ の値に注意すること」

x	-2	3
y	10	5

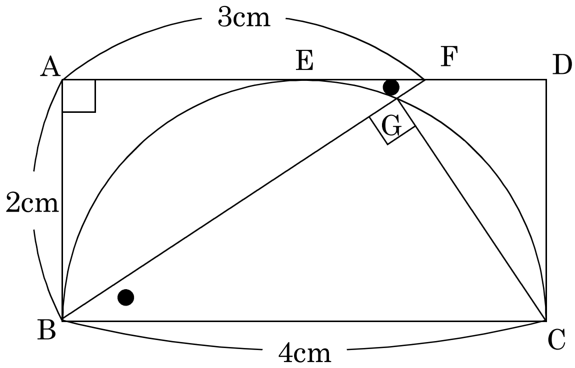
(ウ) $-3<x<\dfrac{1}{2}$　　$7-2x>6$　　$-2x>-1$　　$x<\dfrac{1}{2}$　…　①

$5x+16>-3x-8$　　$8x>-24$　　$x>-3$　…　②

(エ) $-16\sqrt{3}$

$$a^2-2ab-3b^2=(a-3b)(a+b)=\{3-\sqrt{3}-3(\sqrt{3}+1)\}(3-\sqrt{3}+\sqrt{3}+1)$$
$$=(-4\sqrt{3})\times 4$$

(オ) $\dfrac{48}{13}\,(cm^2)$



線分ＥＤの中点がＦなので

AF $=3cm$　となる

△ ABF は直角三角形なので

三平方の定理より

$BF^2=2^2+3^2=13$

BF >0 より　BF $=\sqrt{13}$

BC は直径なので∠ BGC $=90°$ $=$∠ A

BC は直径なので∠ BGC $=90°$ $=$∠ A

2 組の角がそれぞれ等しいので　△ ABF ∽△ GCB

相似比は $\sqrt{13}:4$

面積比は $13:16$

△ ABF の面積は $2\times 3\times\dfrac{1}{2}=3$　　$13:16=3:x$　　$13x=48$　　$x=\dfrac{48}{13}$

問３．

(ア) $y=-\dfrac{4}{3}x+b$　に C$(1,\ 0)$ を代入　$y=-\dfrac{4}{3}x+\dfrac{4}{3}$

(イ) BD の式は $y=-2x+4$　　点 C の x 座標は 1 なので代入して $y=2$

点 F の座標は（1，2）

問４.

(ｱ) **２点間の距離を求める**　→　座標を求め、三平方の定理を利用する

$x = 2$ を $y = \frac{1}{2}x^{2}$　に代入して　　点Ａは$(2,\ 2)$

点 D$(0,\ \frac{1}{2})$より　$\mathrm{AD}^{2} = 2^{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^{2} = \frac{25}{4}$　　AD > 0 より　***Ans.***　$\mathrm{AD} = \frac{5}{2}$

(ｲ) **三角形の面積比**　→　三角形の面積は高さと底辺で決まります

△ＡＤＢは底辺ＡＢ＝2，高さＯＢ＝2　面積＝2×2÷2＝2　。

従って四角形ＤＣＥＦは△ＤＥＣ＋△ＤＥＦ＝4となれば良い

直線ＡＤの傾きは 2ｺｲｯﾃ$\frac{3}{2}$ｱｶﾞﾙので $\frac{1}{2}$ｱｶﾞﾙには$\frac{2}{3}$ｽｽﾑ

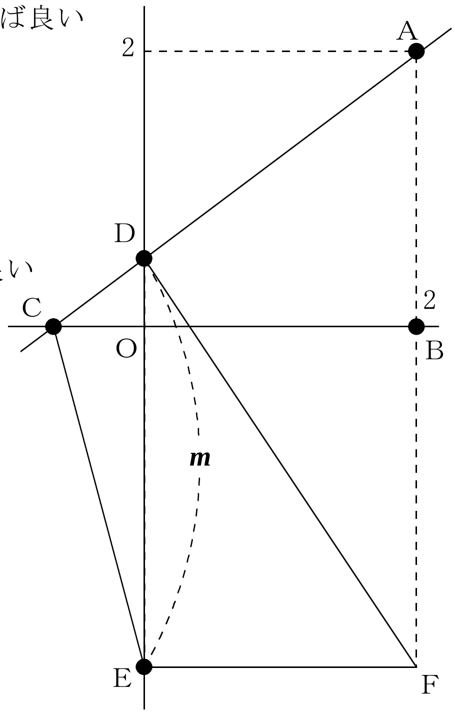
従って点Ｃは$\left(-\frac{2}{3},\ 0\right)$

ＡＤの式 $\boldsymbol{y} = \frac{3}{4}\boldsymbol{x} + \frac{1}{2}$ に $\boldsymbol{y} = 0$を代入して $\boldsymbol{x} = -\frac{2}{3}$ でも良い

ＤＥ＝ $\boldsymbol{m}$ とおくと　$m \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + m \times 2 \times \frac{1}{2} = 4$

$\boldsymbol{m} \times \left(2 + \frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{2} = 4$でもＯＫ　　これを解いて　$\boldsymbol{m} = 3$

$3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$　　　***Ans.***　点Ｅ　$\left(0,\ -\frac{5}{2}\right)$



問５.

a

		1	2	3	4	5	6
	1				○	●	
b	2			○		●	
	3		○	◆		●	
	4	○			◆	●	
	5	★	★	★	★	●	★
	6					●	◆

(ｱ) $a + b = 5$　○印の４個　　$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

(ｲ) ＡＢ＝ＡＰ（$a = 5$）●印

ＢＡ＝ＢＰ（$b = 5$）★印

ＰＡ＝ＰＢ（$a = b,\ a + b > 5$）◆印　　$\frac{14}{36} = \frac{7}{18}$

問６.

(ｱ) 直方体の対角線と考えて

$MH^2 = 8^2 + 8^2 + 4^2 = 144$

$MH > 0$ より　$MH = 12$

12 cm

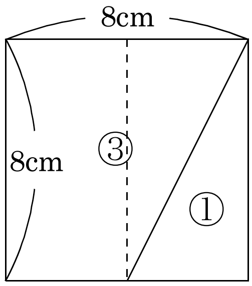
(ｲ) 上の部分の立方体を考えると

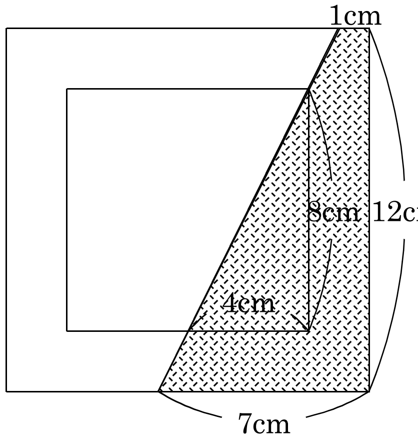
$8 \times 8 \times 8 \times \frac{3}{4} = 128$

下の部分の立方体を考えると

$(7 + 1) \times 12 \times \frac{1}{2} \times 12 = 576$

$128 + 576 = 704$　　　704 cm^3





問７.

(ｱ)　　△ＡＢＥと△ＣＤＥにおいて

直線ＢＤは円Ｏ’の接線であるから　∠ＣＤＥ＝∠ＥＡＤ　…　①

直線ＡＤは円Ｏの接線であるから　∠ＡＢＥ＝∠ＥＡＤ　…　②

①、②より　∠ＡＢＥ＝∠ＣＤＥ　…　③

四角形ＡＢＣＥは円に内接しているので

∠ＢＡＥ＝∠ＤＣＥ　…　④

③、④より　2組の角がそれぞれ等しいので

△ＡＢＥ∽△ＣＤＥ

(ｲ) 平方の定理（3：4：5）よりＡＣ＝3

∠Ｂ＝∠ＤＡＣ（接弦定理）、

∠ＡＣＢ＝∠ＡＣＤ＝90°より

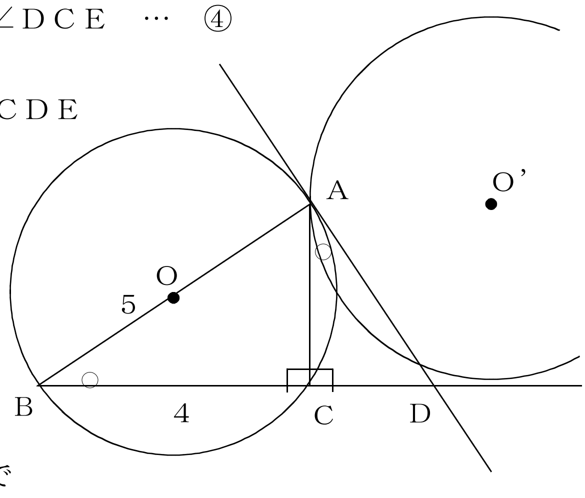
△ＡＢＣ∽△ＡＣＤなので

ＢＣ：ＣＡ＝ＣＡ：ＣＤ

4：3＝3：ＣＤ　　ＣＤ＝$\frac{9}{4}$

△ＡＢＥ∽△ＣＤＥでＡＤとＣＤが対応するので

ＡＢ：ＣＤ＝5：$\frac{9}{4}$＝20：9



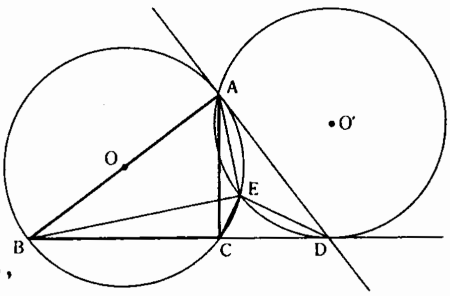
2年度　数　学

問 一	(ア)	-19	(イ)	11	(ウ)	$-\frac{7}{20}$	(エ) $3a^3b^4$
	(オ)	$\frac{1}{2}$	(カ)	$2\sqrt{5}$	(キ)	$9x+2$	
問 二	(ア)	-2，3	(イ)	4	(ウ)	$-3<x<\frac{1}{2}$	
	(エ)	$-16\sqrt{3}$	(オ)	$\frac{48}{13}$ cm²			
問 三	(ア)	$y=-\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}$	(イ)	$(1,\ 2)$			
問 四	(ア)	$\frac{5}{2}$	(イ)	$\left(0,\ -\frac{5}{2}\right)$			
問 五	(ア)	$\frac{1}{9}$	(イ)	$\frac{7}{18}$			
問 六	(ア)	12 cm	(イ)	704 cm³			

問 七

(ア)

〔証明〕



△ABEと△CDEにおいて，
直線ADは円Oに接しているから，
接線と弦とのつくる角の性質より
　∠ABE＝∠EAD……①
また，直線BDは円O′に接しているから，
接線と弦とのつくる角の性質より
　∠CDE＝∠EAD……②
①，②より
　∠ABE＝∠CDE……③
四角形ABCEは円Oに内接しているから，
円に内接する四角形の性質より
　∠BAE＝∠DCE……④
③，④より
　2組の角がそれぞれ等しいから，
　△ABE∽△CDE

(イ)　20：9

問	配　点
一	(ア)～(エ) 各1点 (オ)～(キ) 各2点 計10点
二	各2点 計10点
三	各3点 計6点
四	各3点 計6点
五	各3点 計6点
六	各3点 計6点
七	各3点 計6点
計	50点