

神奈川県立入試問題 1999(H11)

Ⅲ 数 学

- 注意
1. 問題は、うらにもあるから注意すること。
 2. 計算は、あいているところを使い、答えはすべて解答用紙に書き入れること。
 3. 答えを書くとき、らんをまちがえないように注意すること。
 4. 答えに無理数がふくまれるときは、無理数のままで示すこと。根号がふくまれるときは、根号の中は最も小さい整数にすること。また、分母に根号がふくまれるときは、分母を有理化しておくこと。
 5. 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておくこと。
 6. 作図については、手書きでよい。

問1. 次の計算をなさい。

- (ア) $-6 - (-2)$
- (イ) $9 + 2 \times (4 - 7)$
- (ウ) $-\frac{3}{7} + \frac{1}{4}$
- (エ) $6a^2b^3 \div 3a^2b$
- (オ) $\frac{x+2}{3} - \frac{2x+4}{9}$
- (カ) $\frac{12}{\sqrt{3}} + \sqrt{27}$
- (キ) $(x+1)^2 - (x+2)(x-4)$

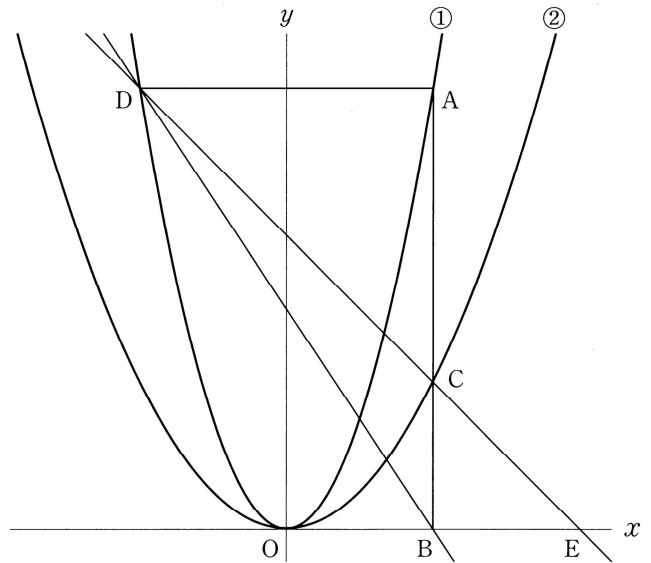
問2. 次の問いに答えなさい。

- (ア) $(x-2)^2 - 16$ を因数分解しなさい。
- (イ) 2次方程式 $2x^2 + 7x + 4 = 0$ を解きなさい。
- (ウ) 不等式 $\frac{x-7}{4} < \frac{2x+1}{3}$ を解きなさい。
- (エ) 2進法で表した数 $11001_{(2)}$ を、10進法で表しなさい。
- (オ) 関数 $y = -x^2$ について、 x の変域が $-3 \leq x \leq a$ のとき、 y の変域が $-16 \leq y \leq b$ である。このとき、 a, b の値を求めなさい。

問3. 図において、直線①は関数 $y = x^2$ のグラフであり、曲線②は $y = ax^2$ のグラフである。点 A は曲線①上にあり、その x 座標は 3 である。点 B は x 軸上にあり、線分 AB は y 軸に平行で、点 C は曲線②と線分 AB との交点である。また、点 D は曲線①上にあり、線分 AD は x 軸に平行である。直線 CD の傾きは -1 であり、点 E は直線 CD と x 軸との交点である。原点を O とするとき、次の問いに答えなさい。

(ア) 曲線②の式 $y = ax^2$ の a の値を求めなさい。

(イ) 三角形 ACD と三角形 BDE の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

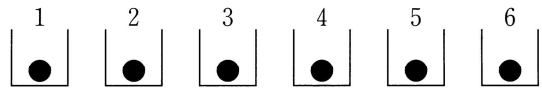


問4. 1 から 6 の番号の書かれた 6 個の箱を、番号の小さい順に左から一列に並べ、それぞれの箱に球を 1 個ずつ入れておく。大、小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ、出た目の数によって、次の①、②の操作を順に行うことにする。

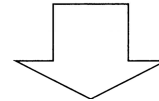
- ① 大きいさいころの出た目と同じ番号の箱と、それより右にあるすべての箱に、新たに玉を 1 個ずつ入れる。
- ② 小さいさいころの出た目と同じ番号の箱と、それより右にあるすべての箱から玉を 1 個ずつ取り出す。

例

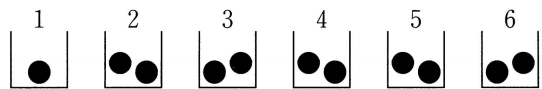
はじめに、それぞれの箱に玉を 1 個ずつ入れておく。



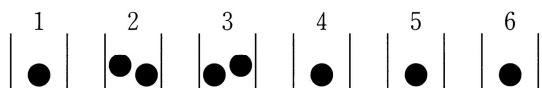
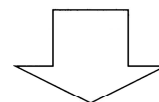
大きいさいころの出た目の数が 2、
小さいさいころの目の数が 4 のときは、次のようになる。



番号が 2 の箱と、それより右にあるすべての箱に、新たに玉を 1 個ずつ入れる。



次に、番号が 4 の箱と、それより右にあるすべての箱から玉を 1 個ずつ取り出す。



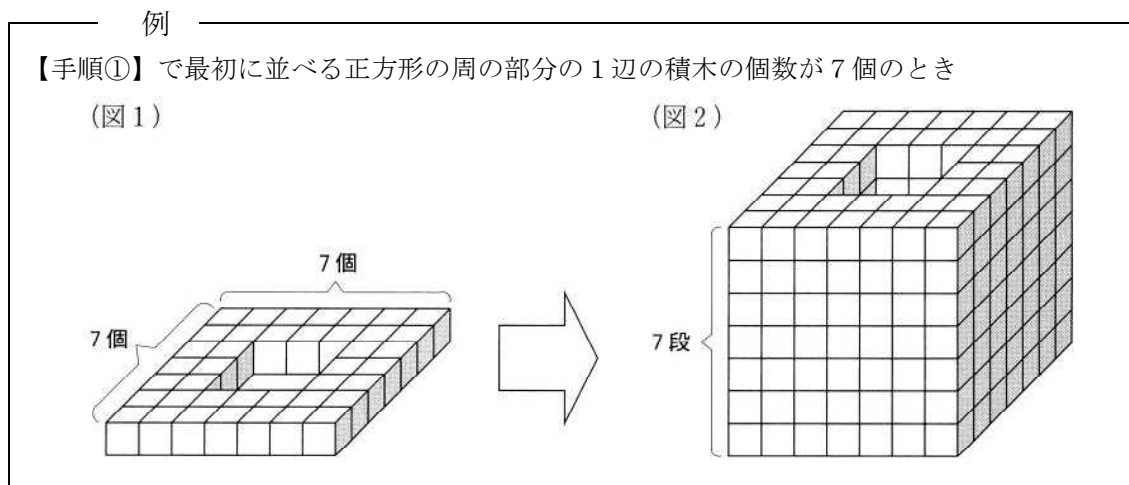
いま、それぞれの箱に玉を 1 個ずつ入れておき、大、小 2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき、次の問いに答えなさい。

- (ア) 大きいさいころの目が 5 で、小さいさいころの目が 4 のとき、6 個の箱に入っている玉は全部で合計何個になるか、その数を求めなさい。
- (イ) 番号が 4 の箱に入っている玉が 2 個入っている確率を求めなさい。
- (ウ) 6 個の箱に入っている玉の個数の合計が、4 個以下となる確率を求めなさい。

問5. 同じ大きさの立方体の積木^{つみき}を、次のような手順で積み重ねる作業をする。

【手順①】 最初に1段目として、真上から見て正方形の周の部分だけ積木を並べたあと、その内側にそつてもう一周並べ、例の(図①)のように2周になるようにする。ただし、最初に並べる正方形の周の部分の1辺の積木の個数は、4個以上とする。

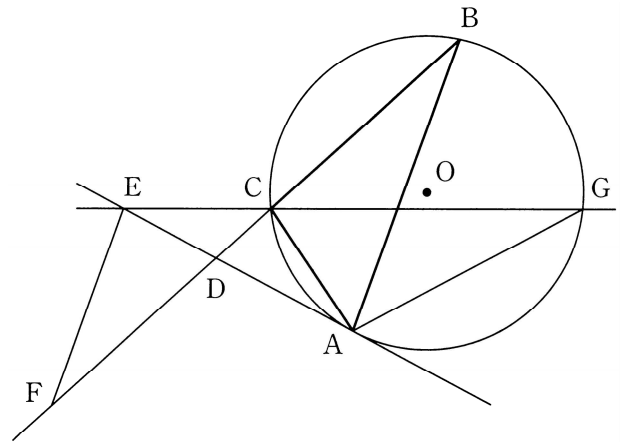
【手順②】 次に、例の(図2)のように、【手順①】で並べたすべての積木の上に、最初に並べた正方形の周の部分の1辺の積木の個数と等しい段数となるように積木を積み重ねる。



このような手順で、積木を積み重ねる作業をするとき、次の問いに答えなさい。

- (ア) 【手順①】で最初に並べる正方形の周の部分の1辺の積木の個数を6個とするとき、【手順①】、【手順②】によって使われる積木の総数はいくつになるか、その数を求めなさい。
- (イ) 792個の積木を使うと、【手順①】、【手順②】によってちょうど過不足なく積み重ねることができた。【手順①】で最初に並べた正方形の周の部分の1辺の積木の個数はいくつか、その数を求めなさい。

問6. 図のように、 $AB > AC$ の三角形ABCが円Oに内接している。いま、点Aにおける円Oの接線と線分BCの延長との交点をDとする。また、点Eを直線AD上に、Dに対してAと反対側にとり、点Fを線分BDの延長上に、 $BA \parallel EF$ となるようにとる。
このとき、次の問いに答えなさい。



(ア) 4点A, C, E, Fが同一円周上にあることを、次のように証明した。空らんにあてはまることがらとして最も適するものを、**(あ)**と**(い)**には【A群】から、**(a)**~**(c)**には【B群】から、それぞれ1つずつ選び、その番号を書きなさい。

証明

BA//EFより

(あ) から、

(a) … ①

また、

(い) から、

(b) … ②

①, ②より

(c) … ③

したがって、

2点A, Fが直線CEについて同じ側にあって、

③が成り立つので、

4点A, C, E, Fは同一円周上にある。

【A群】

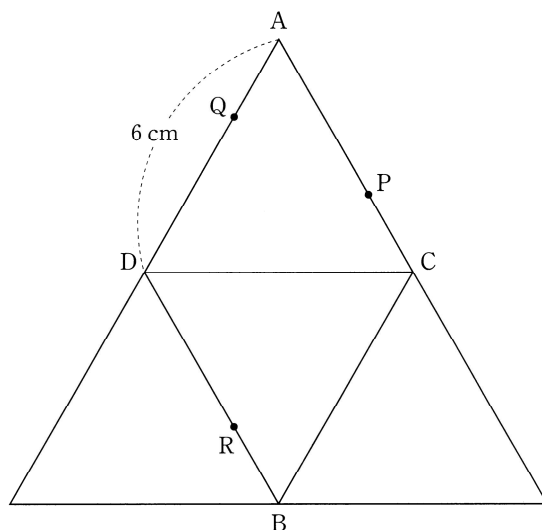
1. 対頂角は等しい
2. 平行線の同位角は等しい
3. 平行線の錯角は等しい
4. 直線AEは円Oの接線である

【B群】

1. $\angle ABC = \angle CAE$
2. $\angle ABC = \angle CFE$
3. $\angle ACD = \angle DEF$
4. $\angle ADC = \angle EDF$
5. $\angle ADF = \angle CDE$
6. $\angle BAD = \angle DEF$
7. $\angle CAE = \angle CFE$

(イ) $\angle ACB = 98^\circ$ 、 $\angle BAC = 54^\circ$ 、 $AC = CE$ のとき、直線CEと円Oとの交点をGとして、 $\angle GAB$ の大きさを求めなさい。

問7. 右の図は、1辺の長さが6 cmの正四面体 ABCD の展開図である。3点 P, Q, R はそれぞれ正四面体の辺 AC, DA, DB 上の点であり、 $AP : PC = DQ : QA = DR : RB = 2 : 1$ である。このとき、この展開図からつくられる正四面体について次の問いに答えなさい。



- (ア) この四面体 ABCD において、2点 A, R 間の距離を求めなさい。
- (イ) 3点 P, Q, R を通る平面でこの正四面体 ABCD を切り、2つの立体に分けるときの、**切り口の図形のすべての辺**を、解答用紙にある展開図に書き入れなさい。ただし、解答用紙にある展開図の辺上の印「・」はそれぞれの辺を3等分する点を示している。

解答・解説

- 問 1. (ア) -4 (イ) 3 (ウ) $-\frac{5}{28}$ (エ) $2b^2$
 (オ) $\frac{x+2}{9}$ (カ) $7\sqrt{3}$ (キ) $4x+9$

問 2.

- (ア) $(x+2)(x-6)$
 (イ) $x = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{4}$
 (ウ) $x > -5$ ($-5 < x$ も可)
 (エ) $11001_{(2)} \rightarrow 16+8+0+0+1=25$
 (オ) $y = -x^2$

$$\begin{array}{c|c|c|c} x & -3 & 0 & a \\ \hline y & -9 & 0 & -16 \end{array} \quad a=4, b=0$$

問 3.

- (ア) 二次関数 $y = ax^2$ の式を求める \rightarrow 式に x, y の値を代入する
 点 A (3, 9), CD の傾きは -1 なので、AD = 6 より AC = 6 なので、点 C は (3, 3)
 となる。これを、 $y = ax^2$ に代入して $3 = 9a$ Ans. $a = \frac{1}{3}$

- (イ) 三角形の面積比 \rightarrow 高さが同じなら底辺の比 = 面積の比

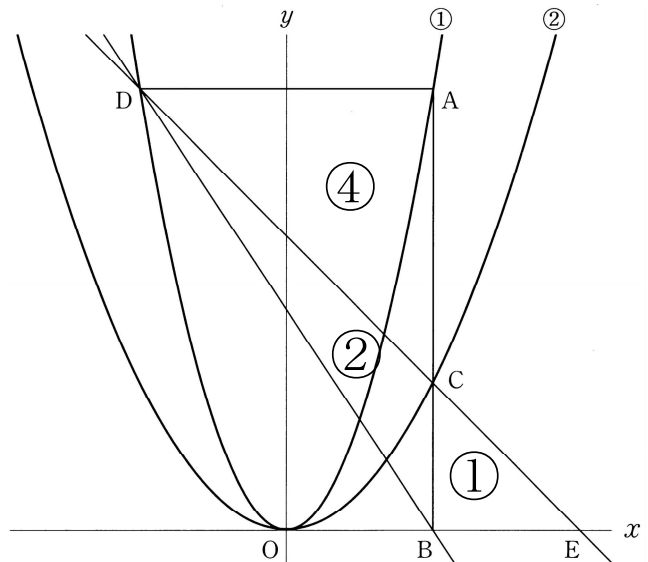
AC : CB = 6 : 3 = 2 : 1 より
 $\triangle ACD : \triangle BCD = 2 : 1 = 4 : 2$
 AC : CB = DC : CE = 2 : 1 より
 $\triangle BCE : \triangle BCD = 1 : 2$
 従って、
 $\triangle ACD : \triangle BDE$
 $= \triangle ACD : (\triangle BCE + \triangle BCD)$
 $= 4 : 3$

(別解)

AD = 6, AC = 6 $6 \times 6 = 36$ 、
 BE = 3, AB = 9 $3 \times 9 = 27$

(2 で割るのは省略していますが)

$36 : 27 = 4 : 3$



問4.

(ア) 5個

		1	2	3	4	5	6
		●	●	●	●	●	●
大	5	●	●	●	●	●●	●●
小	4	●	●	●		●	●

(イ) 大の目では1個増えるから、4の箱を増やすには、大の目は4以下

小の目では1個減るので、4の箱が減らないようにするので、小の目は5以上 $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

(ウ) 大の目、小の目それぞれの増減を表の外側に書くと分かりやすい

4個以下になるのは、10通りなので $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

	大	+12	+11	+10	+9	+8	+7
小		1	2	3	4	5	6
-6	1			4	3	2	1
-5	2				4	3	2
-4	3					4	3
-3	4					●	4
-2	5	○	○	○	○		
-1	6	○	○	○	○		

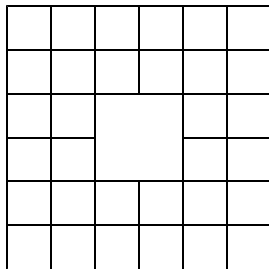
(ア) ●印の場所 $6 - 1 = 5$

(イ) ○印の8個

(ウ) 数字の10個

問5.

(ア)



まず1段目の積木の個数を数えると

方法① $5 \times 4 + 3 \times 4 = 32$

$(6 - 1) \times 4 + (4 - 1) \times 4 = 32$

② $6 \times 6 - 2 \times 2 = 32$

③ $6 \times 4 - 4 + 4 \times 4 - 4 = 32$

それを6倍 $32 \times 6 = 192$ *Ans.* 192個

(イ) まず1段目の積木の個数を数えると

方法① $(n - 1) \times 4 + (n - 3) \times 4 = 8n - 16$

② $n^2 - (n - 4)^2 = 8n - 16$

③ $n \times 4 - 4 + (n - 2) \times 4 - 4 = 8n - 16$

それをn倍

$n(8n - 16) = 792$

$(n - 11)(n + 9) = 0$

$8n^2 - 16n - 792 = 0$

$n = 11, -9$

$n^2 - 2n - 99 = 0$

Ans. 11個

問6.

(ア) (あ) 3 (a) 2 (い) 4 (b) 1 (c) 7

(イ) $\angle GAB = 42^\circ$

$\triangle ABC$ の内角の和より

$$\angle ABC = 180 - (98 + 54) = 28^\circ$$

同じ弧の円周角は等しいので

$$\angle ABC = \angle AGC = 28^\circ$$

接弦定理より

$$\angle CAE = \angle AGC = 28^\circ$$

$AC = CE$ より

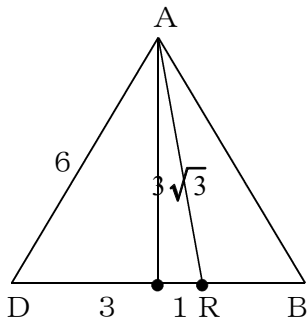
$$\angle CAE = \angle CEA = 28^\circ$$

$\triangle AGE$ の内角の和より

$$\angle GAB = 180 - (28 + 28 + 54 + 28) = 42^\circ$$

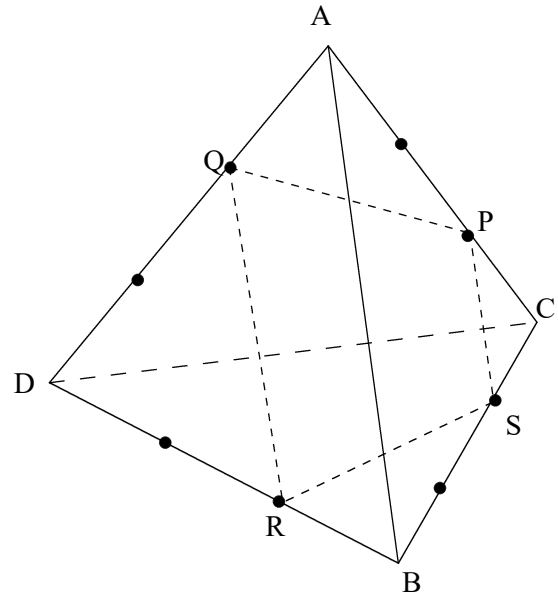
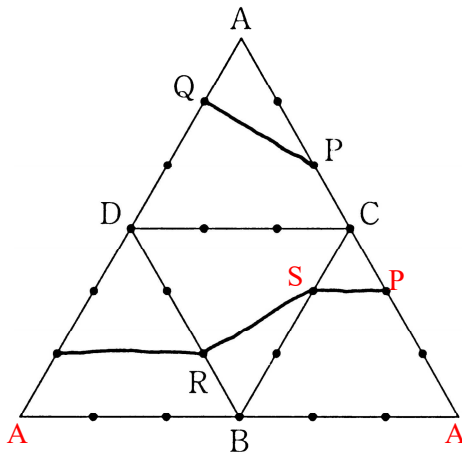
問7.

(ア) 2点間の距離を求める → 三平方の定理を使って長さを出します



$$\begin{aligned} AR^2 &= 1^2 + (3\sqrt{3})^2 \\ &= 28 \\ AR > 0 \text{ より} \\ AR &= 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

(イ)



- 注意**
1. 答えに無理数がふくまれるときは、無理数のままで示すこと。根号がふくまれるときは、根号の中は最も小さい整数にすること。また、分母に根号がふくまれるときは、分母を有理化しておくこと。
 2. 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておくこと。
 3. 作図については、手書きでよい。

問一	ア		イ		ウ		エ	
	オ		カ		キ			
問二	ア		イ		ウ			
	エ		オ	$a =$	$b =$			
問三	ア	$a =$	イ	$\triangle ACD : \triangle BDE =$:		
問四	ア		個	イ		ウ		
問五	ア		個	イ		個		
問六	ア	(あ)	(a)	(い)	(b)	(c)	イ	$\angle GAB =$ °
問七	ア			cm	イ			

注意
作図は、手書きでよい。

Ⅲ 数学
解 答 用 紙
学 科 名
科
受 検 番 号
番 氏 名

Ⅲ 数学

正答表並びに採点基準

問一	ア	-4	イ	3	ウ	$-\frac{5}{28}$	エ	$-2b^2$
	オ	$\frac{x+2}{9}$	カ	$7\sqrt{3}$	キ	$4x+9$		

問二	ア	$(x+2)(x-6)$	イ	$x = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{4}$	ウ	$x > -5$
	エ	25	オ	$a=4, b=0$	問二ウは $-5 < x$ も可とする。	

問三	ア	$a = \frac{1}{3}$	イ	$\triangle ACD : \triangle BDE = 4 : 3$
----	---	-------------------	---	---

問四	ア	5 個	イ	$\frac{2}{9}$	ウ	$\frac{5}{18}$
----	---	-----	---	---------------	---	----------------

問四イは $\frac{8}{36}, \frac{4}{18}$ に 1 点を与える。問四ウは $\frac{10}{36}$ に 1 点を与える。

問五	ア	192 個	イ	11 個
----	---	-------	---	------

問六	ア	(あ) 3	(a) 2	(い) 4	(b) 1	(c) 7	イ	$\angle GAB = 42^\circ$
----	---	-------	-------	-------	-------	-------	---	-------------------------

問六アは、(あ)、(a) がともに正答で 1 点、(い)、(b) がともに正答で 1 点、(c) が正答で 1 点を与える。

問七	ア	$2\sqrt{7}$ cm	イ	
----	---	----------------	---	--

問七アは $\sqrt{28}$ に 2 点を与える。

注意
作図は、手書きでよい。

採点上の注意

1. 中間点は、問四イ、ウ、問六ア、問七ア以外には設けないこと。
2. 正の数については、+ の符号につけても可とする。
3. 多項式の項の順序、積の順序は入れかわっても可とする。
4. 有限小数で表される分数は小数で表しても可とする。循環小数になるものを有限小数で表したり、「…」を用いて表したものは不可とする。仮分数は帯分数で表しても可とする。
5. 問四イ、ウ以外は、分数で約分していないものは不可とする。
6. 問七ア以外は、根号の中を最も小さい整数にしているもの、分母を有理化していないものは不可とする。

(平成十一年度)