神奈川県　入試問題　2001（H13）

問１．次の計算をしなさい。

(ア)　$-3-6$

(イ)　$4+2\times(3-5)$

(ウ)　$\dfrac{1}{5}-\dfrac{2}{7}$

(エ)　$15ab^3\div 5ab$

(オ)　$\dfrac{6x+3}{8}-\dfrac{x+3}{2}$

(カ)　$\sqrt{12}+\dfrac{21}{\sqrt{3}}$

(キ)　$(x+3)^2-x(x+2)$

問２．次の問いに答えなさい。

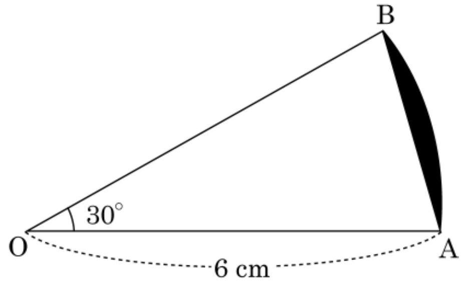
(ア) $(x+1)^2-4$ を因数分解しなさい。

(イ) ２次方程式 $3x^2-7x+1=0$ を解きなさい。

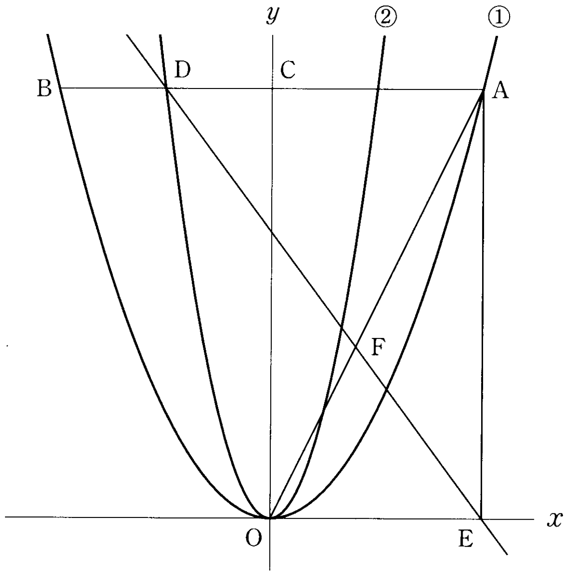
(ウ) 不等式 $\dfrac{7x+1}{3}<\dfrac{3x-6}{2}$ を解きなさい。

(エ) 関数 $y=-3x^2$ について，x の変域が $-2\leqq x\leqq 1$ のとき，y の変域は $a\leqq y\leqq b$ である。a，b の値を求めなさい。

(オ) 右の図のような，半径 6 cm，中心角 30° のおうぎ形 OAB がある。
このおうぎ形 OAB から三角形 OAB を取り除いた部分（図の黒くぬられた部分）の面積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。



問３．右下の図において，曲線①は関数 $y = x^2$ のグラフであり，曲線②は関数 $y = ax^2$ のグラフである。２点Ａ，Ｂはともに曲線①上の点で，点Ｂの x 座標は－2であり，線分ＡＢは x 軸と平行である。点 Ｃ は線分ＡＢと y 軸との交点である。点Ｄは線分ＡＢと曲線②との交点で，ＢＤ＝ＤＣである。また，点 Ｅ は x 軸上にあり，線分ＡＥは y 軸に平行である。原点をＯとするとき，次の問いに答えなさい。

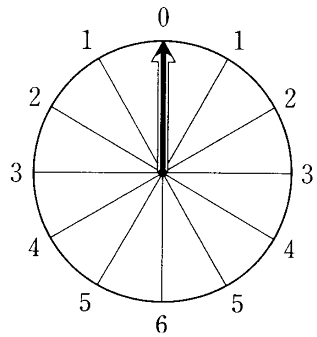


(ｱ) 曲線②の式 $y = ax^2$ の a の値を求めなさい。

(ｲ) 直線ＤＥの式を $y = mx + n$ とするとき，m，n の値を求めなさい。

(ｳ) 線分ＯＡと直線ＤＥとの交点をＦとするとき，三角形ＡＤＦと三角形ＯＡＥの面積の比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。

問４．右の図のように，円周を 12 等分した目盛りがついた円盤があり，目盛りの１つを０とする。０以外の目盛りは，０の右どなりの目盛りから右まわりに順に１，２，３，４，５とし，０の左どなりの目盛りから左まわりに順に１，２，３，４，５とする。また，円盤の中心に対して０と反対側の目盛りは６とする。



さらに，この円盤の中心には同じ長さの黒い針と白い針が１つずつ付いており，その先はともに０をさしている。また，黒い針は右まわりに６の目盛りまで，白い針は左まわりに６の目盛りまで回すことができる。

大，小２つのさいころを同時に１回投げ，出た目の数によって，次の①，②の操作を順に行い，２つの針のつくる角をはかることにする。

① 大きいさいころの出た目の数と同じ数の目盛りまで，黒い針を右まわりに回す。

② 小さいさいころの出た目の数と同じ数の目盛りまで，白い針を左まわりに回す。

例

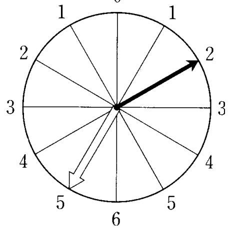
大きいさいころの出た目の数が２，小さいさいころの出た目の数が５のとき

① 黒い針を右まわりに２まで回す。

② 白い針を左まわりに５まで回す。

この結果，右の図のようになり，

２つの針のつくる小さいほうの角は 150°となる。



いま，２つの針の先がともに０をさしている状態で，大，小２つのさいころを同時に１回投げるとき， 次の問いに答えなさい。

(ｱ) ２つの針のつくる角が，180°となる確率を求めなさい。

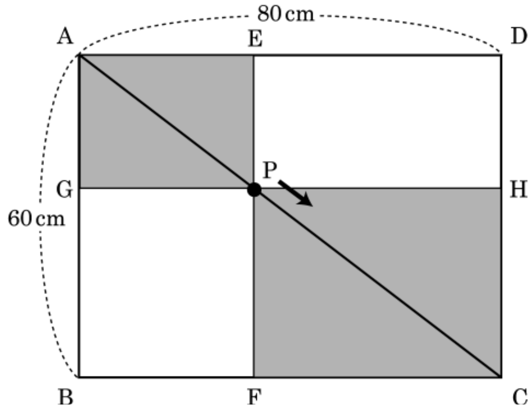
(ｲ) ２つの針のつくる小さいほうの角が，30°以上 120°以下となる確率を求めなさい。

問５．右の図のように，AB ＝ 60 cm，AD ＝ 80 cm の長方形 ABCD がある。いま，点 P が毎秒 5 cm の速さで，線分 AC 上を A から C に向かって動く。点 P から辺 AD，辺 BC にそれぞれ垂線をひき，辺 AD，辺 BC との交点をそれぞれ E，F とする。さらに，点 P から辺 AB，辺 DC にそれぞれ垂線をひき，辺 AB，辺 DC との交点をそれぞれ G，H とする。

このとき，次の問いに答えなさい。

(ア) 点 P が A を出発してから 10 秒後の，長方形 AGPE と長方形 PFCH の面積の和を求めなさい。

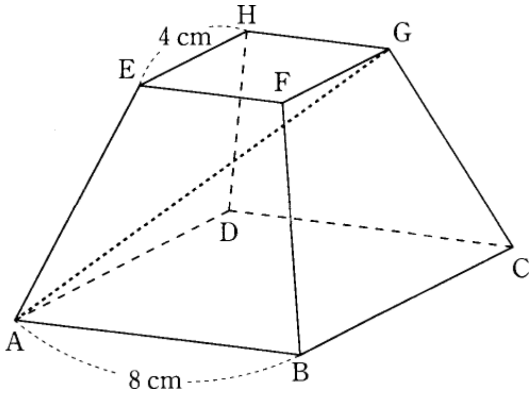
(イ) 長方形 AGPE と長方形 PFCH の面積の和が 3000 cm^2 となるのは，点 P が A を出発してから何秒後と何秒後かを答えなさい。



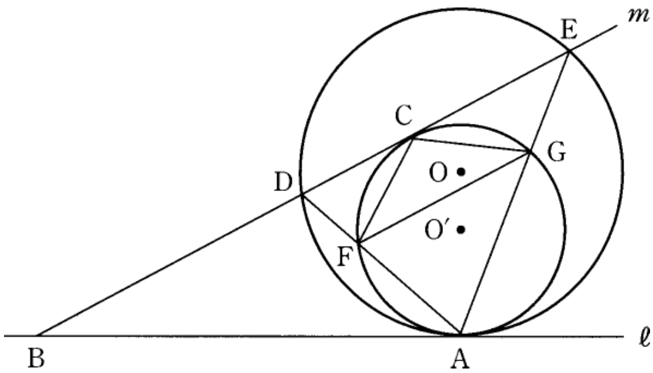
問６．右の図は，１辺の長さが８ cm の正方形 ABCD を底面とし，すべて合同な二等辺三角形を側面とする四角すいを，底面から高さ６ cm のところで底面に平行な平面で切り，２つに分けられた立体のうちの，頂点 A をふくむほうの立体である。切り口の正方形 EFGH の１辺の長さが４ cm のとき，次の問いに答えなさい。

(ア) もとの四角すいの体積を求めなさい。

(イ) ２点 A，G 間の距離を求めなさい。



問７．右の図のように，点 A で内接する大きい円 O と小さい円 O′があり，点 A における２つの円 O，O′の共通接線を ℓ とする。接線 ℓ 上に点 A と異なる点 B をとり，点 B から円 O′に ℓ と異なる接線 m を引き，その接点を C とする。直線 m と円 O との交点を，点 B に近いほうからそれぞれ D，E とする。また，線分 AD と円 O′との交点を F とし，線分 AE と円 O′との交点を G とする。このとき，次の問いに答えなさい。



(ア) 三角形 CFG が二等辺三角形であることを次のように証明した。空欄(くうらん)にあてはまることがらとして最も適するものを，(あ) ～(う) には，【A群】から，(a)～(c) には，【B群】から，それぞれ１つずつ選び，その番号を書きなさい。

［証明］

まず，直線 AB は円 O′の接線であるから，

(a) …… ①

また，(あ) から，

∠ AEB ＝∠ BAD …… ②

①，②より，∠ AGF ＝∠ AEB

よって，同位角が等しいから，

FG ∥ BE …… ③

③より，(い) から，

∠ CGF ＝∠ ECG …… ④

次に，直線 BE は円 O′の接線であるから，

(b) ……⑤

④，⑤より，

(c) ……⑥

⑥より，三角形 CFG において，

(う) から，

三角形 CFG は二等辺三角形である。

【A群】	【B群】
1．直線 AB は円 O の接線である	1．∠ AEB ＝∠ AGF
2．直線 BE は円 O′の接線である	2．∠ AFC ＝∠ CGE
3．平行線の同位角は等しい	3．∠ AGF ＝∠ BAD
4．平行線の錯角は等しい	4．∠ BCF ＝∠ ECG
5．２つの角が等しい	5．∠ CFG ＝∠ ECG
6．２辺の長さが等しい	6．∠ CGF ＝∠ CFG

（イ） ∠ ECG ＝ 32°，∠ CEG ＝ 44°のとき，∠ ABE の大きさを求めなさい。

解答・解説

問１.

(ア) $-3-6=-9$

(イ) $4+2\times(3-5)=4+2\times(-2)=4-4=0$

(ウ) $\dfrac{1}{5}-\dfrac{2}{7}=\dfrac{7}{35}-\dfrac{10}{35}=-\dfrac{3}{35}$

(エ) $15ab^3\div 5ab=\dfrac{15ab^3}{5ab}=3b^2$

(オ) $\dfrac{6x+3}{8}-\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{6x+3-4(x+3)}{8}=\dfrac{6x+3-4x-12}{8}=\dfrac{2x-9}{8}$

(カ) $\sqrt{12}+\dfrac{21}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}+\dfrac{21\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}+7\sqrt{3}=9\sqrt{3}$

(キ) $(x+3)^2-x(x+2)=x^2+6x+9-x^2-2x=4x+9$

問２.

(ア) $(x+1)^2-4=(x+1)-2^2=(x+1+2)(x+1-2)=(x+3)(x-1)$

(イ) **解の公式**を用いて，$x=\dfrac{7\pm\sqrt{49-12}}{6}=\dfrac{7\pm\sqrt{37}}{6}$

(ウ) 両辺に 6 をかけて，

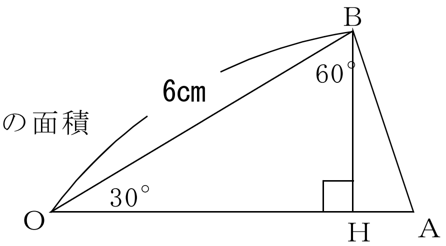
$2(7x+1)<3(3x-6)$　　$14x+2<9x-18$　　$5x<-20$　　$x<-4$

(エ) 関数 $y=-3x^2$ のグラフは，下に開いた放物線であるから，$x=0$ のとき，
y は最大値 0 をとる。また，$x=-2$ のとき，y は最小値 $-3\times(-2)^2=-12$ をとる。
よって，$a=-12$，$b=0$

(オ) 点 B から，OA に垂線 BH をひくと，△ OBH は内角が 30°，60°，90°の
直角三角形である。したがって，$\mathrm{BH}=\dfrac{1}{2}\mathrm{OB}=3(cm)$

よって，求める面積は，おうぎ形の面積　－△ＯＢＡの面積

$\pi\times 6^2\times\dfrac{30}{360}-\dfrac{1}{2}\times 6\times 3=3\pi-9(cm^2)$



問３.

(ア) **二次関数 $y=ax^2$ の式を求める　→**　式に x，y の値を代入する

点Bの x 座標は -2 なので，$x=-2$ を $y=x^2$ に代入して，$y=(-2)^2=4$

点Ｂ$(-2, 4)$，ＢＤ＝ＤＣより点Ｄの x 座標は -1 となり点Ｄ$(-1, 4)$

これを $y=ax^2$ に代入すると $4=a\times 1$　　　　　*Ans.*　$a=4$

(イ) **２点を通る直線の式を求める**　→　グラフからよみとる

点Ｄ$(-1, 4)$，点Ｅ$(2, 0)$より 3 コイッテ 4 サガルので 傾きは$-\dfrac{4}{3}$

$y=-\dfrac{4}{3}x+n$ に$(2, 0)$を代入すると　$0=-\dfrac{8}{3}+n$　　移項して $n=\dfrac{8}{3}$

Ans.　$m=-\dfrac{4}{3}$，$n=\dfrac{8}{3}$

(ｳ) **三角形の面積比** → 底辺の比＝面積の比

△ AFD ∽ △ OFE

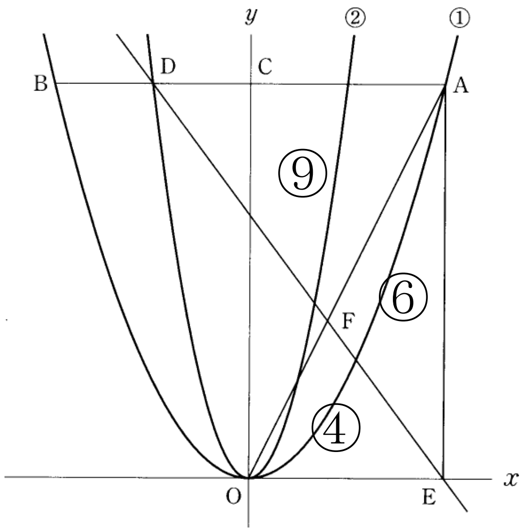
OF : FA ＝ 2 : 3 より

△ OFE : △ AFE ＝ 2 : 3 ＝ 4 : 6

EF : FD ＝ 2 : 3 より

△ AFE : △ AFD ＝ 2 : 3 ＝ 6 : 9

従って 9 : (4 ＋ 6) ＝ 9 : 10



(別解) **三角形の面積比** → 相似比の２乗＝面積の比

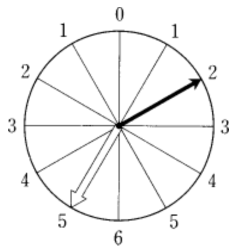
△ AFD ∽ △ OFE

OF : FA ＝ 2 : 3 より　△ OFE : △ AFD ＝ 4 : 9

OF : FA ＝ 2 : 3 より　△ OFE : △ AFE ＝ 2 : 3 ＝ 4 : 6

問４.

小 \ 大	1	2	3	4	5	6
1	60	90	120	150	180 (6)	150
2	90	120	150	180 (6)	150	120
3	120	150	180 (6)	150	120	90
4	150	180 (6)	150	120	90	60
5	180 (6)	150	120	90	60	30
6	150	120	90	30	30	0



(ｱ) 180°になるのは、和が 6 になる場合で 5 通り $\frac{5}{36}$

(ｲ) 1 マスから 4 マスの 20 通り　　該当しない 0°，150°，180°が 16 通り

$1 - \frac{16}{36} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$　　(ｱ)の左右(表内では上下)を選ぶと良い

問５.

(ｱ) △ ABC で，三平方の定理より，$AC^2 = AB^2 + BC^2$　　$AC^2 = 60^2 + 80^2 = 10000$

AC ＝ 100(cm)　　したがって，10 秒後の P は AC の中点にいる。

よって，求める面積の和は，30 × 40 × 2 ＝ 2400(cm^2)

(ｲ) x 秒後の AP の長さは，$5 \times x = 5x$(cm)，

$AG = 5x \times \frac{3}{5} = 3x$(cm)，

$AE = 5x \times \frac{4}{5} = 4x$(cm)

$PF = AB - AG = 60 - 3x$(cm)，

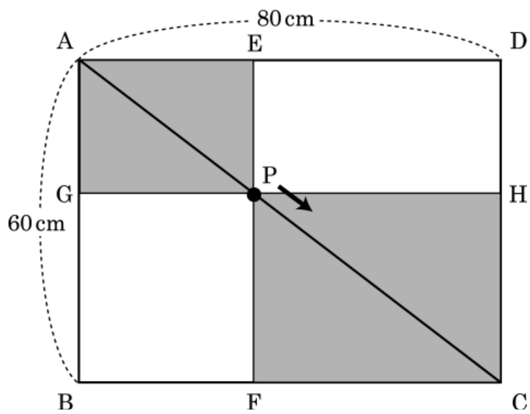
$PH = AD - AE = 80 - 4x$(cm)

条件より，方程式を立てると，

$3x \times 4x + (60 - 3x)(80 - 4x) = 3000$

$12x^2 + 12x^2 - 240x - 240x + 4800 = 3000$

$x^2 - 20x + 75 = 0$　　$(x - 5)(x - 15) = 0$　　$x = 5,\ 15$



よって，5 秒後と 15 秒後

問６.

(ｱ) AE の延長と BF の延長との交点を O とする。

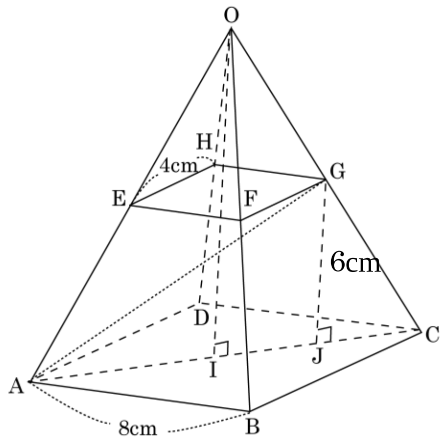
AB ∥ EF より，OA : OE ＝ AB : EF ＝ 2 : 1

したがって，底面を ABCD とすると，

四角すい O–ABCD の高さは 6 × 2 ＝ 12(cm)

よって，もとの四角すいの体積は

$8 \times 8 \times 12 \times \dfrac{1}{3} = 256$(cm^3)



(ｲ) AC は正方形 ABCD の**対角線**の長さであるから，

AC ＝ $8\sqrt{2}$ cm

AJ ＝ $8\sqrt{2} \times \dfrac{3}{4} = 6\sqrt{2}$

△ AGJ で，三平方の定理より，$AG^2 = AJ^2 + GJ^2$

$AG^2 = (6\sqrt{2})^2 + 6^2 = 108$　　AG ＝ $6\sqrt{3}$ (cm)

問７.

(ｱ) (*a*) 3　(あ) 1　(い) 4　(*b*) 5　(*c*) 6　(う) 5

まず，直線 AB は円 O′の接線であるから，

接線と弦のつくる角の定理より，　$\boxed{\angle \text{AGF} = \angle \text{BAD}}$　… ①

また，$\boxed{\text{直線 AB は円 O の接線である}}$から，

同様に，　∠ AEB ＝∠ BAD　… ②

①，②より，∠ AGF ＝∠ AEB

よって，同位角が等しいから，　FG ∥ BE　… ③

③より，$\boxed{\text{平行線の錯角は等しい}}$から，　∠ CGF ＝∠ ECG　… ④

次に，直線 BE は円 O′の接線であるから，　$\boxed{\angle \text{CFG} = \angle \text{ECG}}$　… ⑤

④，⑤より，　$\boxed{\angle \text{CGF} = \angle \text{CFG}}$　… ⑥

⑥より，三角形 CFG において，$\boxed{\text{2 つの角が等しい}}$から，

三角形 CFG は二等辺三角形である。

(ｲ)　(ｱ)より，∠ CGF ＝∠ CFG ＝ 32°

したがって，∠ FCG ＝ 180°－ 32°－ 32°＝ 116°

円に内接する四角形の対角の和は 180°であるから，

∠ DAE ＝ 180°－ 116°＝ 64°

三角形の 1 つの外角は，それととなりあわない内角の和に等しいから，

∠ ADB ＝ 44°＋ 64°＝ 108°

また，∠ BAD ＝∠ AEB ＝ 44°であるから，

△ ABD で，∠ ABE ＋∠ BAD ＋∠ ADB ＝ 180°

∠ ABE ＋ 44°＋ 108°＝ 180°　　∠ ABE ＝ 28°