平成 14 年度

III 数　学　　問　題　用　紙

受検番号	

注　意 1. 問題は，うらにもあるから注意すること。
2. 計算は，あいているところを使い，答えはすべて解答用紙に書き入れること。
3. 答えを書くとき，欄をまちがえないように注意すること。
4. 答えに無理数がふくまれるときは，無理数のままで示すこと。根号がふくまれるときは，根号の中は最も小さい整数にすること。また，分母に根号がふくまれるときは，分母を有理化しておくこと。
5. 答えが分数になるとき，約分できる場合は約分しておくこと。

問 1　次の計算をしなさい。

(ア)　$-9+4$

(イ)　$7-5\times(1-3)$

(ウ)　$\frac{1}{4}-\frac{3}{5}$

(エ)　$16a^3b^3\div 8ab^2$

(オ)　$\frac{7x+3}{4}-\frac{3x-1}{2}$

(カ)　$\frac{10}{\sqrt{2}}-\sqrt{18}$

(キ)　$x(x+1)-(x-4)^2$

問 2　次の問いに答えなさい。

(ア)　$(x+1)(x-5)+2x+2$ を因数分解しなさい。

(イ)　2次方程式 $5x^2-3x-1=0$ を解きなさい。

(ウ)　不等式 $\frac{3x-4}{7}>\frac{x-2}{3}$ を解きなさい。

(エ)　x の値が 2 から 4 まで増加するとき，2 つの関数 $y=ax^2$ と $y=5x$ の変化の割合が等しくなるような a の値を求めなさい。

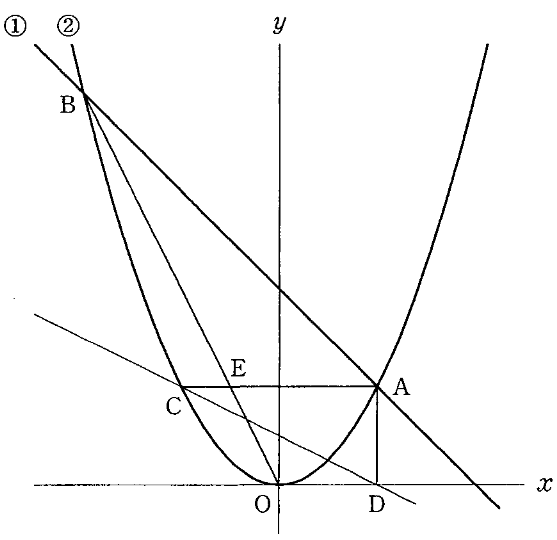
(オ)　$\sqrt{175n}$ が自然数となるような自然数 n のうち，最も小さい n の値を求めなさい。

問 3　右の図において，直線①は関数 $y=-x+4$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

2 点 A，B はともに直線①と曲線②との交点で，点 A の x 座標は 2，点 B の x 座標は -4 である。点 C は曲線②上の点で，線分 AC は x 軸に平行である。

また，点 D は x 軸上にあり，線分 AD は y 軸に平行である。

原点を O とするとき，次の問いに答えなさい。

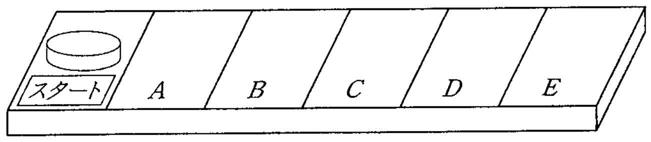


(ア)　曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

(イ)　直線 CD の式を $y=mx+n$ とするとき，m，n の値を求めなさい。

(ウ)　線分 OB と線分 AC との交点を E とするとき，三角形 ABE と三角形 ACD の面積の比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。

問 4　右の図のように，横に長い長方形の盤があり，その盤面は縦の線で 6 等分され，左から順に スタート，A，B，C，D，E と書かれている。また，スタート の位置にはコインが 1 枚置かれている。



大，小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ，出た目の数によって，次の①，②の操作を順に行い，スタート の位置にあるコインを動かすことにする。

① 大きいさいころの出た目の数だけ，スタート の位置にあるコインを 1 コマずつ右に動かす。ただし，E の位置まできたら E で止める。

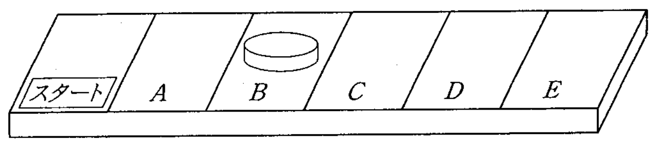
② 小さいさいころの出た目の数だけ，①の操作で動かしたコインを 1 コマずつ左に動かす。ただし，スタート の位置まできたら スタート で止める。

例

大きいさいころの出た目の数が 2，小さいさいころの出た目の数が 4 のとき

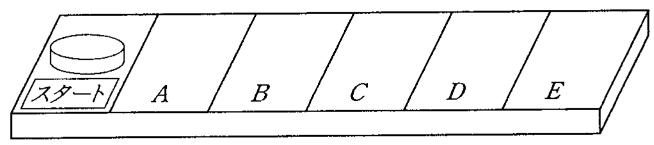
① 最初に，スタート の位置にあるコインを右に 2 コマ動かす。

①の操作後の図



② 次に，B の位置にあるコインを左に 4 コマ動かすところであるが，2 コマ動かすと スタート の位置にくるので，そこで止める。

②の操作後の図



この結果，コインは最後に スタート の位置にある。

いま，コインが スタート の位置にある状態で，大，小 2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき，次の問いに答えなさい。

(ア) コインが最後に C の位置にある確率を求めなさい。

(イ) コインが最後に スタート の位置にある確率を求めなさい。

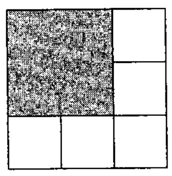
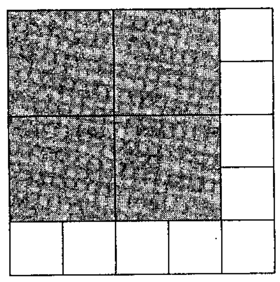
問5　1辺の長さが2 cmの黒い正方形のタイルと，1辺の長さが1 cmの白い正方形のタイルがある。次の①と②をともにみたす方法で，1辺の長さがa cmの正方形をつくる。ただし，aは3以上の奇数である。

正方形をつくる方法

① 黒と白の2種類のタイルをかならず使い，それぞれが重ならないように，すき間なくしきつめる。

② 黒いタイルをできるだけ多く使い，使う2種類のタイルの合計枚数を最も少なくなるようにする。

下の表は，$a=3$と$a=5$のときの，それぞれのつくられた正方形の一例と，使われた黒いタイルと白いタイルの枚数を示したものである。

つくられた正方形の1辺の長さ	3 cm	5 cm
つくられた正方形の一例		
黒いタイルの枚数	1枚	4枚
白いタイルの枚数	5枚	9枚

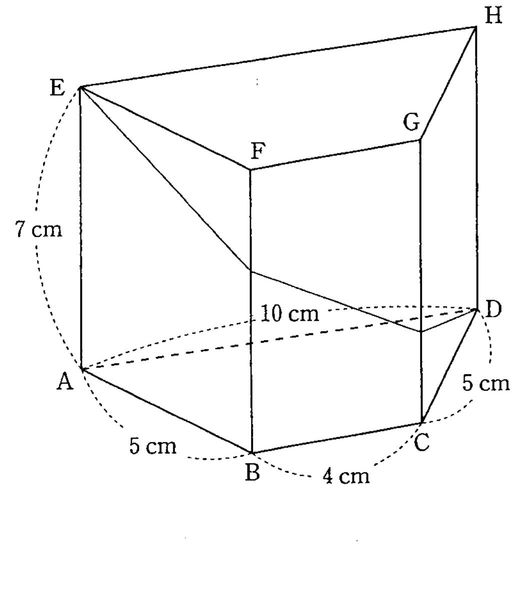
このような方法で正方形をつくるとき，次の問いに答えなさい。

(ア) 1辺の長さが7 cmの正方形をつくるには，黒いタイルと白いタイルは合計何枚必要であるか，その数を求めなさい。

(イ) 使われた黒いタイルの枚数が白いタイルの枚数より11枚多くなるのは，つくられた正方形の1辺の長さが何cmのときであるか，その長さを求めなさい。

問6　右の図は，辺ADと辺BCが平行で，AD＝10 cm，BC＝4 cm，AB＝CD＝5 cmの台形ABCDを底面とし，AE＝BF＝CG＝DH＝7 cmを高さとする四角柱である。

このとき，次の問いに答えなさい。



(ア) この四角柱の側面上に，頂点Eから辺BFと辺CGに交わるように，頂点Dまで線を引く。このような線のうち，最も短い線の長さを求めなさい。

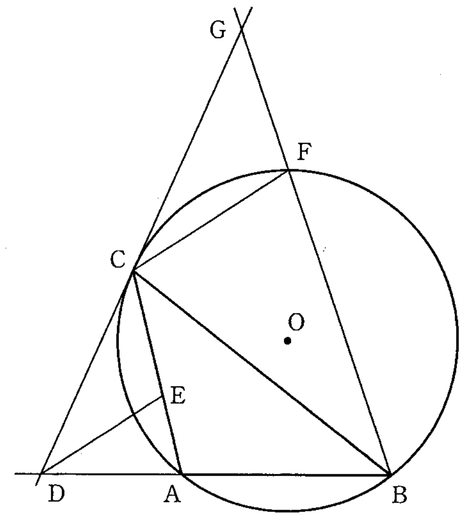
(イ) 平行な2つの線分AD，FGをふくむ平面でこの四角柱を切り，2つの立体に分けるとき，頂点Bをふくむほうの立体の体積を求めなさい。

問7　右の図のように，∠Aが鈍角の三角形ABCが円Oに内接している。

いま，点Cにおける円Oの接線と線分BAの延長との交点をDとし，∠ADCの二等分線と線分ACとの交点をEとする。

また，点Fを円Oの周上に，DE // CFとなるようにとり，直線CDと線分BFの延長との交点をGとする。

このとき，次の問いに答えなさい。



(ア)　三角形ADEと三角形FBCが相似であることを次のように証明した。空欄（くうらん）にあてはまることがらとして最も適するものを，(あ)～(う)には【A群】から，(a)～(c)には【B群】から，それぞれ1つずつ選び，その番号を書きなさい。

［証明］

△ADEと△FBCにおいて，

まず，線分DEは∠ADCの二等分線であるから，

(a)　……①

また，平行線の同位角は等しいから，

(b)　……②

①，②より，∠ADE＝∠GCF　……③

さらに，(あ)から，

(c)　……④

③，④より，∠ADE＝∠FBC　……⑤

次に，(い)から，

∠DAE＝∠BFC　……⑥

⑤，⑥より，(う)から，

△ADE∽△FBC

【A群】

1. 四角形ABFCは円Oに内接している
2. 平行線の錯角は等しい
3. 直線CGは円Oの接線である
4. 3組の辺の比が等しい
5. 2組の辺の比が等しく，その間の角が等しい
6. 2組の角がそれぞれ等しい

【B群】

1. ∠ABC＝∠ACD
2. ∠ADE＝∠CDE
3. ∠AED＝∠FCB
4. ∠BAC＝∠CFG
5. ∠CDE＝∠GCF
6. ∠GCF＝∠FBC

(イ)　∠ABC＝38°，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$のとき，∠CGFの大きさを求めなさい。

III　数　学　解答用紙

問 1

(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)

各 1 点

(オ)	(カ)	(キ)

各 2 点

問 2

(ア)	(イ)	(ウ)

(エ)	(オ)
$a =$	$n =$

各 2 点

問 3

(ア)	(イ)	(ウ)
$a =$	$m =$　　，$n =$	△ABE：△ACD ＝　　：

各 2 点

問 4

(ア)	(イ)

各 3 点

問 5

(ア)	(イ)
枚	cm

各 3 点

問 6

(ア)	(イ)
cm	cm^3

各 3 点

問 7

(ア)						(イ)
(a)	(b)	(あ)	(c)	(い)	(う)	∠CGF＝　　°

各 3 点

学科名	受検番号	氏名
科	番	

問	得点
1	(ア)～(エ)
	(オ)～(キ)
2	
3	
4	
5	
6	
7	
計	

C 数

III 数 学 正答表並びに採点基準 （平成14年度）

問 1

(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)
-5	17	$-\frac{7}{20}$	$2a^2b$

(オ)	(カ)	(キ)
$\frac{x+5}{4}$	$2\sqrt{2}$	$9x-16$

問 2

(ア)	(イ)	(ウ)
$(x+1)(x-3)$	$x=\frac{3\pm\sqrt{29}}{10}$	$x>-1$

問 2 (ウ)は $-1<x$ も可とする。

(エ)	(オ)
$a=\frac{5}{6}$	$n=7$

問 3

(ア)	(イ)	(ウ)
$a=\frac{1}{2}$	$m=-\frac{1}{2}$， $n=1$	△ABE：△ACD ＝ 9 ： 4

問 4

(ア)	(イ)
$\frac{1}{12}$	$\frac{11}{18}$

問 4 (ア)は $\frac{3}{36}$ に 2 点を与える。 問 4 (イ)は $\frac{22}{36}$ に 2 点を与える。

問 5

(ア)	(イ)
22 枚	13 cm

問 6

(ア)	(イ)
$7\sqrt{5}$ cm	84 cm^3

問 6 (ア)は $\sqrt{245}$ に 2 点を与える。

問 7

(ア)						(イ)
(a)	(b)	(あ)	(c)	(い)	(う)	
2	5	3	6	1	6	∠CGF＝ 43 °

問 7 (ア)は(a)と(b)がともに正答で 1 点，(あ)と(c)がともに正答で 1 点，(い)と(う)がともに正答で 1 点を与える。

採点上の注意

1．中間点は，問 4 (ア)，(イ)，問 6 (ア)，問 7 (ア)以外には設けないこと。
2．正の数については，＋の符号をつけても可とする。
3．多項式の項の順序，積の順序は入れかわっても可とする。
4．有限小数で表される分数は小数で表しても可とする。循環小数になるものを有限小数で表したり，「…」を用いて表したものは不可とする。仮分数は帯分数で表しても可とする。
5．問 4 (ア)，(イ)以外は，分数で約分していないものは不可とする。
6．問 6 (ア)以外は，根号の中を最も小さい整数にしていないもの，分母を有理化していないものは不可とする。

問	配 点
1	(ア)〜(エ) 各 1 点 計 4 点 (オ)〜(キ) 各 2 点 計 6 点
2	各 2 点 計10点
3	各 2 点 計 6 点
4	各 3 点 計 6 点
5	各 3 点 計 6 点
6	各 3 点 計 6 点
7	各 3 点 計 6 点
計	50点

解答・解説

問１.

(ア)　$-9+4=-5$

(イ)　$7-5\times(1-3)=7-5\times(-2)=7+10=17$

(ウ)　$\dfrac{1}{4}-\dfrac{3}{5}=\dfrac{5}{20}-\dfrac{12}{20}=-\dfrac{7}{20}$

(エ)　$16a^3b^3\div 8ab^2=\dfrac{16a^3b^3}{8ab^2}=2a^2b$

(オ)　$\dfrac{7x+3}{4}-\dfrac{3x-1}{2}=\dfrac{7x+3-2(3x-1)}{4}=\dfrac{7x+3-6x+2}{4}=\dfrac{x+5}{4}$

(カ)　$\dfrac{10}{\sqrt{2}}-\sqrt{18}=\dfrac{10\sqrt{2}}{2}-3\sqrt{2}=5\sqrt{2}-3\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

(キ)　$x(x+1)-(x-4)^2=x^2+x-(x^2-8x+16)=x^2+x-x^2+8x-16=9x-16$

問２.

(ア)　$(x+1)(x-5)+2x+2=(x+1)(x-5)+2(x+1)=(x+1)(x-5+2)$
$=(x+1)(x-3)$

(イ)　$5x^2-3x-1=0$　$x=\dfrac{3\pm\sqrt{9+20}}{10}=\dfrac{3\pm\sqrt{29}}{10}$

(ウ)　不等式　$\dfrac{3x-4}{7}>\dfrac{x-2}{3}$

両辺×21　$3(3x-4)>7(x-2)$　$9x-12>7x-14$

$2x>-2$　　$x>-1$

(キ)　xの値が2から4まで増加するとき、

$y=ax^2$の変化の割合　$(2+4)a=6a$

$y=5x$の変化の割合　　5

等しくなるので、　$6a=5$　　$a=\dfrac{5}{6}$

(オ)　$\sqrt{175n}=\sqrt{5\times5\times7\times n}=5\sqrt{7\times n}$　　$n=7$

問３.

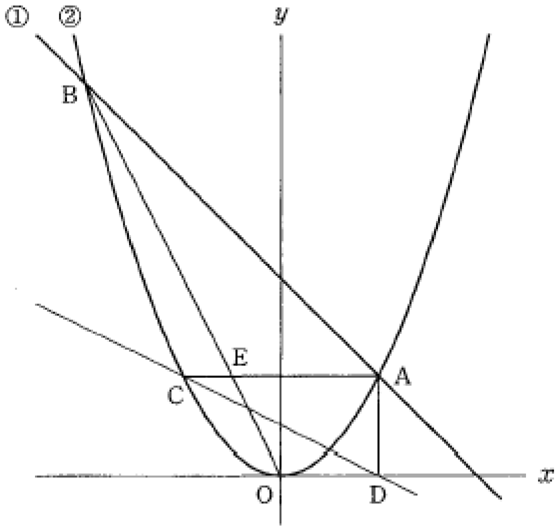
(ア)**二次関数$y=ax^2$の式を求める**　→　式にx，yの値を代入する

$x=2$を$y=-x+4$に代入して　点A $(2, 2)$

これを$y=ax^2$に代入すると$2=4a$　　$a=\dfrac{1}{2}$　　$Ans.\ a=\dfrac{1}{2}$

(イ) ２点を通る直線の式を求める

→ グラフからよみとる



C $(-2, 2)$，D $(2, 0)$ なので

4コイッテ 2コサガルので $m = -\frac{1}{2}$

n は真ん中で $n = 1$

(ウ) 三角形の面積比

→ 底辺と高さを座標から調べ、
体積を求めよう

直線ＢＯの式は $y = -2x$

$y = 2$ を代入して $x = -1$　なので

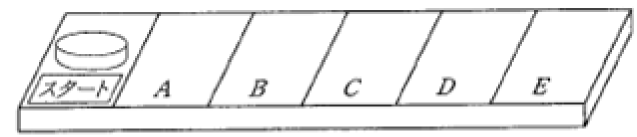
Ｅ$(-1,\ 2)$

△ＡＢＥ＝3×6÷2＝9

△ＡＣＤ＝2×4÷2＝4　　　*Ans.*　9：4

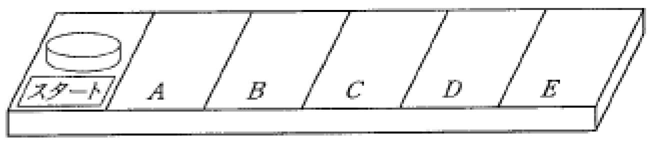
問４.

	大					
	1	2	3	4	5	6
小 1				○		
2					○	○
3						
4						
5						
6						



①の操作後の図

②の操作後の図



(ア)　4 が出た後 1 つ戻る、5, 6 が出た後 2 つ戻る

$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

(イ)　右に進んだ分以上戻れば良い

$\frac{22}{36} = \frac{11}{18}$

問５.

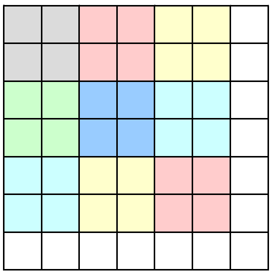
(ｱ) $7 \div 2 = 3 \cdots 1$　　黒いタオル　$3\times3=9$

白いタオル　$7\times2-1=13$　　　$9+13=22$

（別解）　黒いタオルを縦と横に n 枚並べたとすると

$2n+1=7$　を解いて $n=3$　　黒いタオル　$3\times3=9$

白いタオル　$3\times2\times2+1=13$



（別解）　$7\times7-3\times3\times4=49-36=13$

$9+13=22$

(ｲ)　黒いタオルを縦と横に n 枚並べたとすると黒いタオルは　n^2（枚）

白いタオルは　$(2n+1)\times2-1=4n+1$（枚）

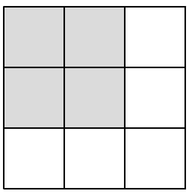
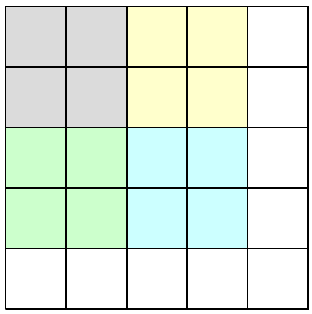
（別解）

$(2n+1)^2-n\times n\times4=4n^2+4n+1-4n^2=4n+1$

使われた黒いタオルの枚数が白いタオルの枚数より 11 枚多くなるのは

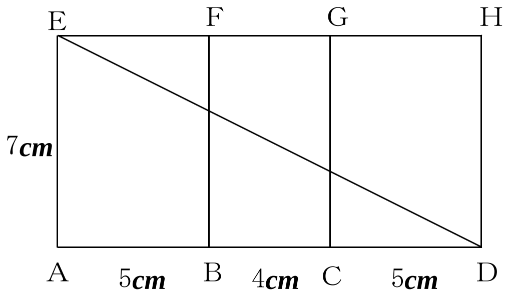
$n^2-(4n+1)=11$　　$n^2-4n-12=0$　　$(n+2)(n-6)=0$

$n=-2, 6$　　$n>0$より　$n=6$　　正方形の一辺は　$2\times6+1=13$

つくられた正方形の１辺の長さ	３ｃｍ	５ｃｍ
つくられた正方形の一例		
黒いタオルの枚数	１枚	４枚
白いタオルの枚数	５枚	９枚

問６.

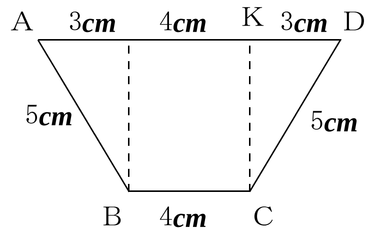
(ア)

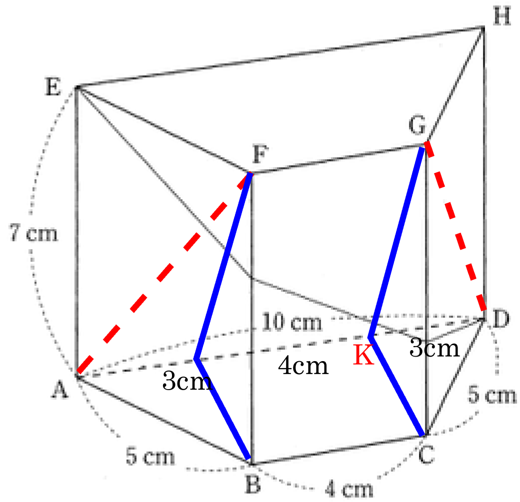


△ＥＡＤにおいて
三平方の定理より
$\mathrm{ED}^2 = 7^2 + 14^2$
$= 245$

ＥＤ＞０より　$\mathrm{ED} = 7\sqrt{5}$

(イ)





ＣからＡＤへ垂線を引き交点をＫとする

△ＣＫＤにおいて
三平方の定理より、ＣＫ＝4*cm*

真ん中は、四角柱の半分で $4 \times 4 \times 7 \times \frac{1}{2} = 56$

両側は、三角錐２つ分で $\underbrace{3 \times 4 \times \frac{1}{2}}_{\text{底面積}} \times 7 \times \frac{1}{3} \times 2 = 28$

$56 + 28 = 84$　（cm^3）

問７.

(ア)

(*a*)　2．∠ ADE ＝∠ CDE

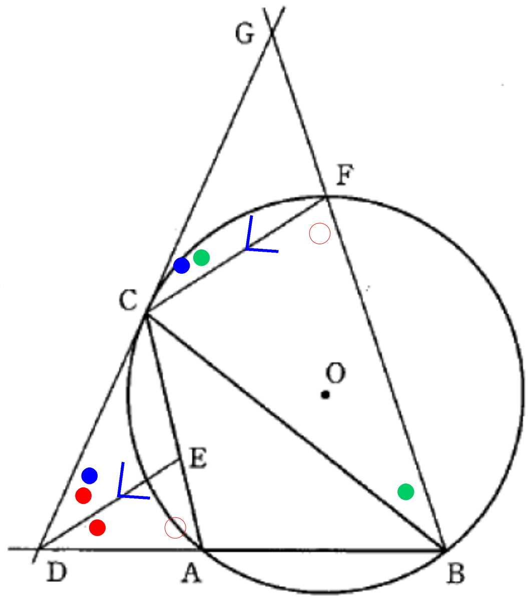
(*b*)　5．∠ CDE ＝∠ GCF

(あ) 3．直線 CG は円 O の接線である

(*c*)　6．∠ GCF ＝∠ FBC

(い) 1．四角形 ABFC は円 O に内接している

(う) 6．2 組の角がそれぞれ等しい



(イ)　$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$　なので

∠ ABC ＝∠ ACB ＝ 38°

接弦定理より

∠ ABC ＝∠ ACD ＝ 38°

三角形の内角と外角の関係より

∠ CAD ＝ 38° × 2 ＝ 76°

△ ACD の内角の和と

∠ ADE ＝∠ CDE より

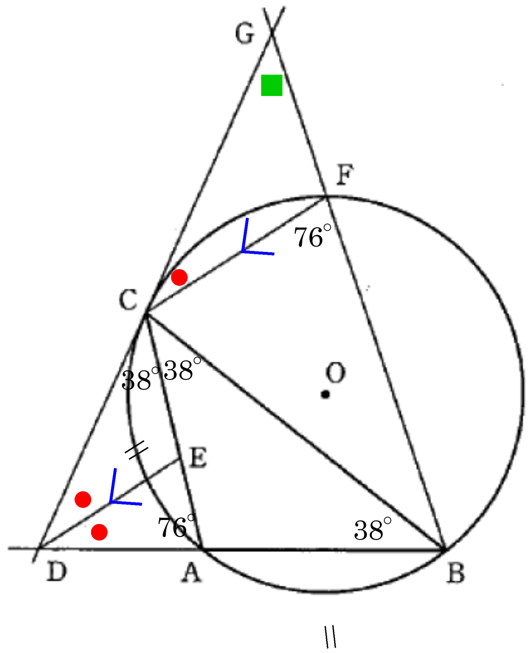
● ∠ ADE ＝ (180 － 76 － 38) ÷ 2 ＝ 33 °

円に内接する四角形の性質より

∠ CAD ＝∠ CFB

三角形の内角と外角の関係より

∠ CGF ＝ 76° － 33 °　＝ 43 °



※)「接弦定理」と「円に内接する四角形の性質」は現在の学習内容にはありません。