平成25年度

神奈川県公立高等学校入学者選抜学力検査問題

共通選抜　全日制の課程

Ⅲ　数　　学

注　意　事　項

1　開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。

2　問題は **問7** まであり，**1**ページから**6**ページに印刷されています。

3　計算は，あいているところを使い，答えは，解答用紙の決められた欄(らん)に，はっきり書き入れなさい。

4　答えに無理数がふくまれるときは，無理数のままにしておきなさい。根号がふくまれるときは，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。また，分母に根号がふくまれるときは，分母に根号をふくまない形にしなさい。

5　答えが分数になるとき，約分できる場合は約分しなさい。

6　終了の合図があったら，すぐに解答をやめなさい。

受　検　番　号	番

問1　次の計算をしなさい。

(ア)　$4-(-6)$

(イ)　$-\frac{2}{3}+\frac{2}{5}$

(ウ)　$24a^2b \div 3ab$

(エ)　$\frac{35}{\sqrt{7}}-\sqrt{28}$

問2　次の問いに答えなさい。

(ア)　$(x-3)(x+5)-(x-2)^2$ を計算しなさい。

(イ)　$x(x+7)-8$ を因数分解しなさい。

(ウ)　2次方程式 $3x^2-x-1=0$ を解きなさい。

(エ)　次の連立方程式を解きなさい。

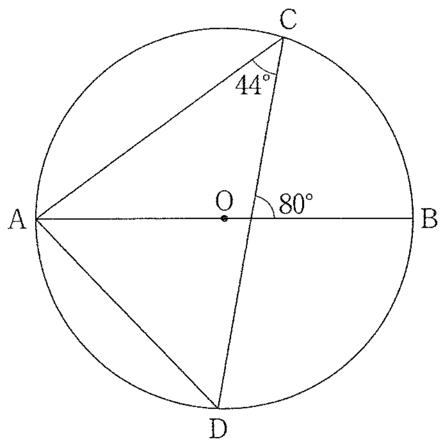
$$\begin{cases} 4x+3y=6 \\ 2x-y=8 \end{cases}$$

(オ)　関数 $y=2x^2$ について，x の値が2から4まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(カ)　2点A(4, 3)，B(2, −2)の間の距離を求めなさい。ただし，原点をOとし，原点Oから点(1, 0)までの距離および原点Oから点(0, 1)までの距離を1cmとする。

(キ)　ある正の数 x を2乗しなければならないところを，間違えて2倍したため答えが24小さくなった。この正の数 x の値を求めなさい。

(ク)　右の図において，線分ABは円Oの直径であり，2点C，Dは円Oの周上の点である。
このとき，∠ADCの大きさを求めなさい。

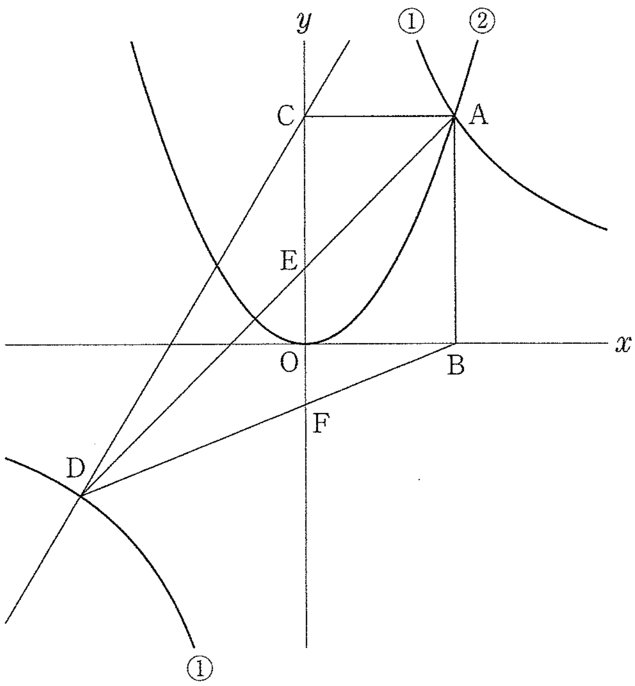


問3　右の図において，曲線①は反比例 $y=\dfrac{6}{x}$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点Aは曲線①と曲線②との交点で，その x 座標は2である。点Bは x 軸上の点で，線分ABは y 軸に平行である。点Cは y 軸上の点で，線分ACは x 軸に平行である。

また，点Dは曲線①上の点で，その x 座標は -3 である。

原点をOとするとき，次の問いに答えなさい。



(ア)　曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

(イ)　直線CDの式を求め，$y=mx+n$ の形で書きなさい。

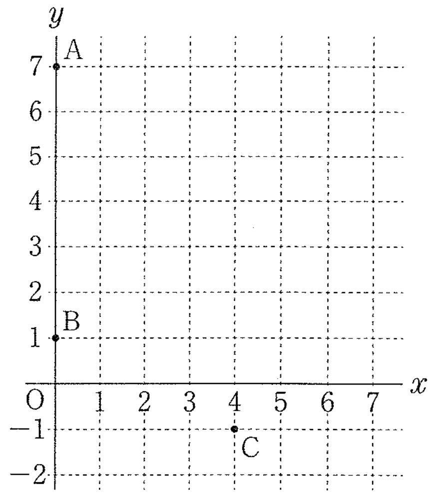
(ウ)　線分ADと y 軸との交点をE，線分BDと y 軸との交点をFとし，三角形DFEの面積をS，四角形AEFBの面積をTとするとき，SとTの比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。

問4　右の図1において，点Aの座標は(0，7)，点Bの座標は(0，1)，点Cの座標は(4，−1)である。また，原点をOとする。

1から6までの目の出る大，小2つのさいころを同時に1回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とする。

このとき，点Pの座標を $(a,\ b)$ とし，点Pを図1にとる。

図1



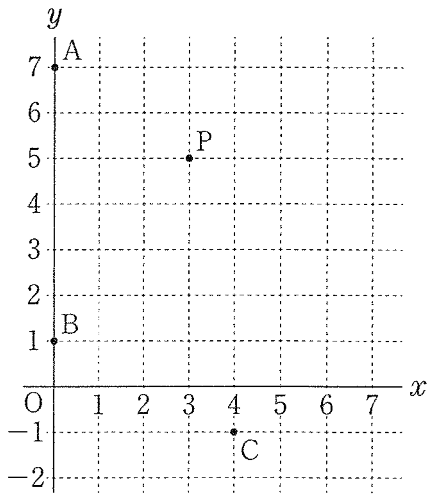
例

大きいさいころの出た目の数が3，小さいさいころの出た目の数が5のとき，

$a=3$，$b=5$ だから，点Pの座標は(3，5)となり，この点Pを図1にとる。

この結果，図2のようになる。

図2



いま，図1の状態で，大，小2つのさいころを同時に1回投げるとき，次の問いに答えなさい。ただし，大，小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(ア)　点Pが線分AC上にある確率を求めなさい。

(イ)　三角形ABPの面積が6cm^{2}となる確率を求めなさい。ただし，原点Oから点(1，0)までの距離および原点Oから点(0，1)までの距離を1cmとする。

(ウ)　三角形BCPが直角三角形となる確率を求めなさい。

問5　AさんとBさんは，連続する5つの自然数について，その中で最も大きい自然数の2乗から最も小さい自然数の2乗を引いた差について調べた。次はそのときの会話文である。

会話文

Aさん「連続する5つの自然数が1，2，3，4，5のとき，最も小さい自然数は1，最も大きい自然数は5だから，最も大きい自然数の2乗から最も小さい自然数の2乗を引いた差は$5^2-1^2=24$となるね。」

Bさん「連続する5つの自然数が2，3，4，5，6のときは，最も小さい自然数は2，最も大きい自然数は6だから，同じ計算をすると$6^2-2^2=32$だね。」

Aさん「考えてみると，$24=8\times3$だから，連続する5つの自然数が1，2，3，4，5のとき，計算した結果の24は，中央の自然数3の8倍になっているね。」

Bさん「ほんとうだ。連続する5つの自然数が2，3，4，5，6のときも，計算した結果の32は，中央の自然数4の8倍だよ。」

このことから，2人は，「連続する5つの自然数について，最も大きい自然数の2乗から最も小さい自然数の2乗を引いた差は，中央の自然数の8倍になる。」と予想し，先生に相談したところ，先生から「その予想は正しいです。その理由を説明してください。」と言われた。

2人は，予想が正しいことを次のように説明した。解答用紙の $\boxed{}$ の中に続きを書き，説明を完成させなさい。

説明

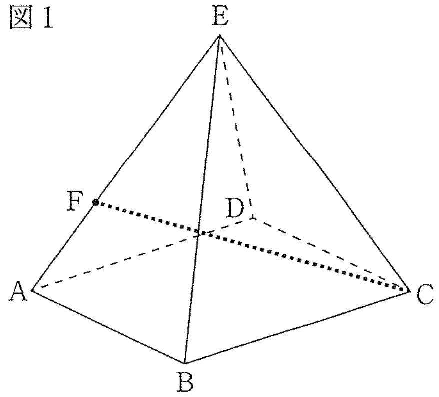
連続する5つの自然数のうち，最も小さい自然数をnとすると，

問6　右の図1は，1辺の長さが6 cmである正方形ABCDを底面とし，点Eを頂点とする正四角すいであり，高さは6 cmである。

また，点Fは辺AE上の点で，AF：FE＝1：2である。

このとき，次の問いに答えなさい。

図1

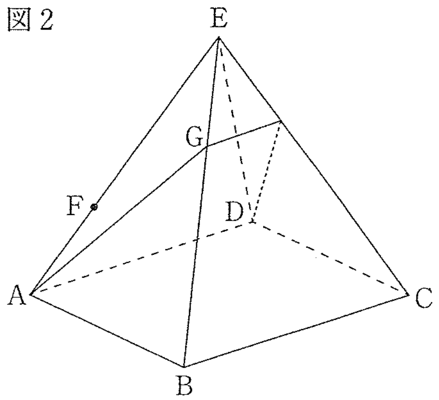


(ア)　この正四角すいの体積を求めなさい。

(イ)　この正四角すいにおいて，2点C，F間の距離を求めなさい。

(ウ)　この正四角すいの表面上に，図2のように点Aから辺BEと辺CEにこの順で交わるように，点Dまで線を引く。このような線のうち，長さが最も短くなるように引いた線と辺BEとの交点をGとするとき，線分BGの長さを求めなさい。

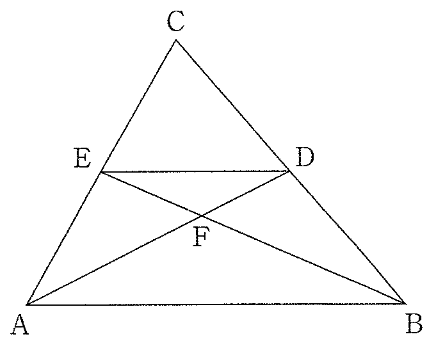
図2



問7　右の図のような三角形 ABC があり，辺 BC の中点を D，辺 AC の中点を E とする。

また，線分 AD と線分 BE との交点を F とする。

このとき，三角形 ABF と三角形 DEF が相似であることを証明しなさい。



（問題は，これで終わりです。）

Ⅲ　数　学　解答用紙　（平成 25 年度）

問 1

(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)

各 3 点

問 2

(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)
			$x =$ 　　, $y =$
(オ)	(カ)	(キ)	(ク)
	cm	$x =$	∠ADC = °

各 4 点

問 3

(ア)	(イ)	(ウ)
$a =$	$y =$	S : T = :

各 4 点

問 4

(ア)	(イ)	(ウ)

各 4 点

問 5

説明

連続する 5 つの自然数のうち，最も小さい自然数を n とすると，

10点

問 6

(ア)	(イ)	(ウ)
cm^3	cm	cm

各 4 点

問 7

［証明］

10点

受検番号	氏　名
番	

問	得点
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
計	

Ⅲ 数 学　正答表並びに採点基準　（平成25年度）

問1

(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)
10	$-\frac{4}{15}$	$8a$	$3\sqrt{7}$

問2

(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)
$6x-19$	$(x-1)(x+8)$	$x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{6}$	$x=3$, $y=-2$
(オ)	(カ)	(キ)	(ク)
12	$\sqrt{29}$ cm	$x=$ 6	$\angle$ADC $=$ 54°

問3

(ア)	(イ)	(ウ)
$a=\frac{3}{4}$	$y=\frac{5}{3}x+3$	S : T = 9 : 16

問4

(ア)	(イ)	(ウ)
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{36}$

問5

説明

連続する５つの自然数のうち，最も小さい自然数を n とすると，

連続する５つの自然数は n，$n+1$，$n+2$，$n+3$，$n+4$ と表されるから，最も大きい自然数は $n+4$ である。

よって，最も大きい自然数の２乗から最も小さい自然数の２乗を引いた差は，

$$(n+4)^2-n^2=n^2+8n+16-n^2$$
$$=8n+16$$
$$=8(n+2)$$

$n+2$ は中央の自然数だから，$8(n+2)$ は中央の自然数の８倍である。

よって，連続する５つの自然数について，最も大きい自然数の２乗から最も小さい自然数の２乗を引いた差は，中央の自然数の８倍になる。

正答例。

問6

(ア)	(イ)	(ウ)
72 cm^3	$3\sqrt{6}$ cm	$2\sqrt{6}$ cm

問7

[証明]

△ABFと△DEFにおいて，

まず，対頂角は等しいから，

∠AFB＝∠DFE　……①

次に，△ABCにおいて，

点Dは辺BCの中点，点Eは辺ACの中点であるから，中点連結定理より，

AB∥ED　……②

②より，平行線の錯角は等しいから，

∠ABE＝∠DEB

よって，∠ABF＝∠DEF　……③

①，③より，２組の角がそれぞれ等しいから，

△ABF∽△DEF

正答例。

問	配点
1	各３点 計12点
2	各４点 計32点
3	各４点 計12点
4	各４点 計12点
5	10点
6	各４点 計12点
7	10点
計	100点

採点上の注意

1. 中間点は，**問５**，**問７**以外には設けないこと。
2. **問５**，**問７**の疑問点は，中間点の設定を含め複数の採点者によって判断し，校内で統一すること。
3. 正の数については，＋の符号をつけても可とする。
4. 多項式の項の順序，積の順序は入れかわっても可とする。
5. 有限小数で表される分数は小数で表しても可とする。循環小数になるものを有限小数で表したり，「…」を用いて表したものは不可とする。仮分数は帯分数で表しても可とする。
6. **問５**については，以下の採点基準とする。

連続する５つの自然数はn，$n+1$，$n+2$，$n+3$，$n+4$と表されるから，最も大きい自然数は$n+4$である。

よって，最も大きい自然数の２乗から最も小さい自然数の２乗を引いた差は，

$$
\begin{aligned}
(n+4)^2-n^2 &= n^2+8n+16-n^2 \\
&= 8n+16 \\
&= 8(n+2)
\end{aligned}
$$

$n+2$は中央の自然数だから，$8(n+2)$は中央の自然数の８倍である。

よって，連続する５つの自然数について，最も大きい自然数の２乗から最も小さい自然数の２乗を引いた差は，中央の自然数の８倍になる。

＊説明に必要な自然数がnを用いて適切に表されていること，説明の過程と，予想が正しいことが正しく記述されていることを基準として採点すること。

(1) 説明の過程で，最も大きい自然数がnの式で表されていて，２点を与える。
(2) 説明の過程で，求める式に関することが記述されていて，２点を与える。
(3) 説明の過程で，(2)に基づいて$8(n+2)$が記述されていて，３点を与える。
(4) 説明の過程で，中央の自然数がnの式で表されていて，２点を与える。
(5) 説明の過程で，(3)，(4)に基づいて予想が正しいことが記述されていて，１点を与える。
(6) 間違った式等が記述されていた場合，説明に不必要であっても減点する。
(7) 正答表以外の説明については，上記の採点基準に準じて点を与える。

7. **問７**については，以下の採点基準とする。

△ABFと△DEFにおいて，

Ⅰ
まず，対頂角は等しいから，
∠AFB＝∠DFE ……①

Ⅱ
次に，△ABCにおいて，
点Dは辺BCの中点，点Eは辺ACの中点であるから，中点連結定理より，
AB∥ED ……②

Ⅲ
②より，平行線の錯角は等しいから，
∠ABE＝∠DEB
よって，∠ABF＝∠DEF ……③

Ⅳ
①，③より，２組の角がそれぞれ等しいから，
△ABF∽△DEF

＊証明に必要な２組の角がそれぞれ等しくなる理由と結論，２つの三角形が相似になる理由と結論が正しく記述されていることを基準として採点すること。

(1) Ⅰの ☐ は理由と結論が正しく記述されていて，２点を与える。
(2) Ⅱの ☐ は理由と結論が正しく記述されていて，４点を与える。ただし，「中点連結定理」という語句が用いられていなくても可とする。
(3) Ⅲの ☐ は，(2)に基づいて理由と結論が正しく記述されていて，２点を与える。
(4) Ⅳの ☐ は，(1)，(2)，(3)に基づいて理由と結論が正しく記述されていて，２点を与える。
(5) 間違った式等が記述されていた場合，証明に不必要であっても減点する。
(6) 正答表以外の証明については，上記の採点基準に準じて点を与える。

2013（H25）県立高校入試解説

問１．

(ア) $4-(-6)=4+6=10$

(イ) $-\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{5}=-\dfrac{10}{15}+\dfrac{6}{15}=-\dfrac{4}{15}$

(ウ) $24a^2b\div 3ab=\dfrac{24a^2b}{3ab}=8a$

(エ) $\dfrac{35}{\sqrt{7}}-\sqrt{28}=\dfrac{35\sqrt{7}}{7}-2\sqrt{7}=5\sqrt{7}-2\sqrt{7}=3\sqrt{7}$

問２．

(ア) $(x-3)(x+5)-(x-2)^2=x^2+2x-15-(x^2-4x+4)$

$=x^2+2x-15-x^2+4x-4=6x-19$

(イ) $x(x+7)-8=x^2+7x-8=(x+8)(x-1)$

(ウ) $3x^2-x-1=0$　　$x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+12}}{6}$　　$x=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{6}$

(エ) $\begin{cases}4x+3y=6 & ①\\ 2x-y=8 & ②\end{cases}$

$$\begin{array}{lrcl} ① & 4x+3y&=&6\\ ②\times 3 & +)\ 6x-3y&=&24\\ \hline & 10x&=&30\\ & x&=&3\end{array}$$

$x=3$ を①に代入して

$12+3y=6$

$3y=-6$

$y=-2$

(オ) $y=2x^2$

x	2	4
y	8	32

変化の割合は $\dfrac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}$　$\dfrac{32-8}{4-2}$

したがって変化の割合は　$\dfrac{24}{2}=12$

（別解）　変化の割合$=(2+4)\times 2=12$

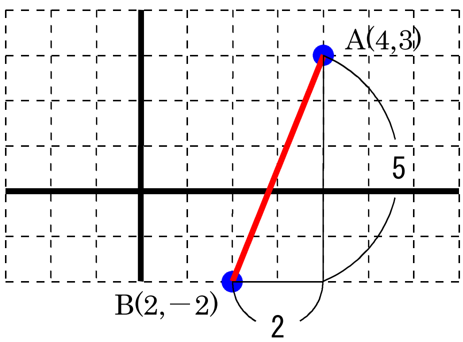
(カ) $AB^2=(4-2)^2+\{3-(-2)\}^2$

$=2^2+5^2$

$=29$

AB > 0 より

$AB=\sqrt{29}$ cm



(キ) $x^2-2x=24$

$x^2-2x-24=0$

$(x-6)(x+4)=0$

$x=6,\ -4$

$x>0$ より

$x=6$

(ク) 三角形の外角より

∠ CAB ＝ 80 − 44 ＝ 36 °

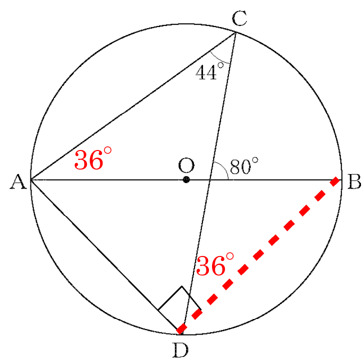
円周角の定理により

∠ CAB ＝∠ CDB ＝ 36 °

AB は直径なので

∠ ADB ＝ 90 °

∠ ADC ＝ 90 − 36 ＝ 54 °



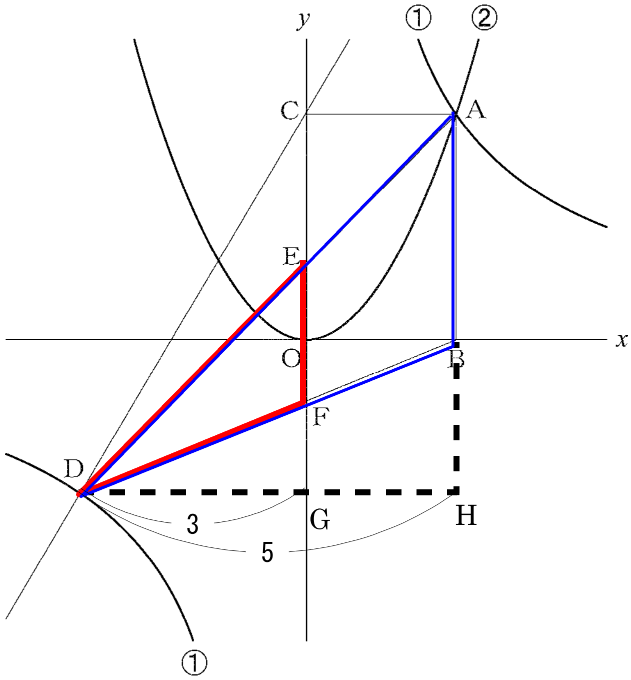
問３.

(ｱ) 点Aの x 座標は２

$y=\dfrac{6}{x}$ のグラフ上にあるので、$y=3$

$y=ax^2$ のグラフは、点A(2, 3)を通るので

$3=4a \qquad a=\dfrac{3}{4}$



(ｲ) 点Dの x 座標は－３

$y=\dfrac{6}{x}$ のグラフ上にあるので、$y=-2$

点C(0, 3)と点D(－3, －2)を通るので、

傾きは３コイッテ５アガルので $\dfrac{5}{3}$

$y=\dfrac{5}{3}x+3$

(ｳ) EF∥AB より　　△DFE∽△DBA　相似比は DF : DB ＝ DG : DH なので

y 座標のみで分かる　　DG : DH ＝ 3 : 5

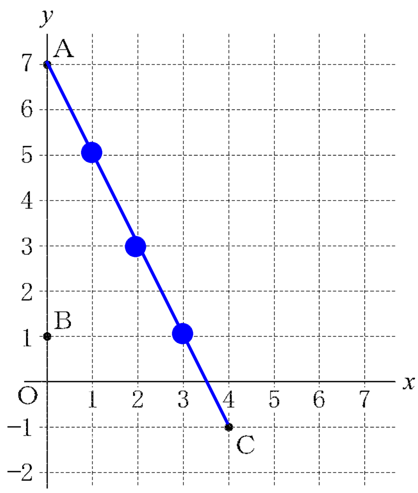
相似な図形の面積比は相似比の２乗になるので　△DFE : △DBA ＝ 9 : 25

四角形 AEFB の面積は、25 － 9 ＝ 16

したがって、△DFE の面積 : 四角形 AEFB の面積＝ 9 : 16

問４.

(ｱ)　図１

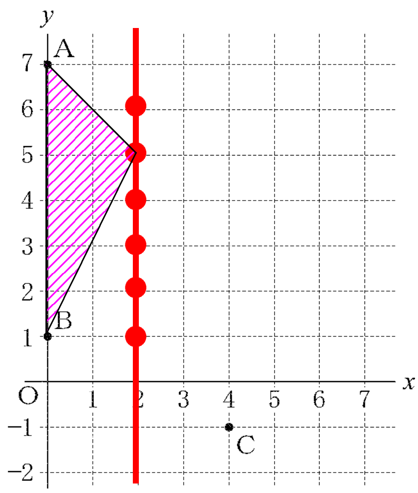


線分 AC 上になるには

(1,5), (2,3), (3,1)の３通り

$\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$

(ｲ)　図１

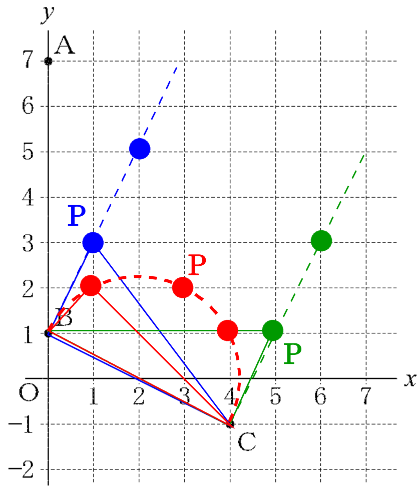


底辺 AB ＝ 6cm なので

高さが 2cm になれば良い

$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

(ウ)　図１



∠ B ＝ 90°　　BP ⊥ BC　となる直線上

$(a,\ b)=(1,3)$，$(2,5)$

∠ C ＝ 90　　CB ⊥ CP

$(a,\ b)=(5,1)$，$(6,3)$　となる直線上

∠ P ＝ 90°　BC を直径とした円周上

$(a,\ b)=(1,2)$，$(3,2)$，$(4,1)$

$\frac{7}{36}$

問５．

連続する５つの自然数は n，$n+1$，$n+2$，$n+3$，$n+4$ と表されるから，最も大きい自然数は $n+4$ である。

よって，最も大きい自然数の２乗から最も小さい自然数の２乗を引いた差は，

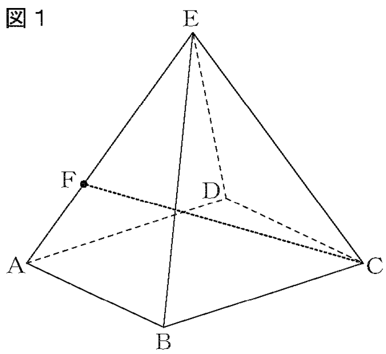
$$\begin{aligned}(n+4)^2-n^2 &= n^2+8n+16-n^2\\ &= 8n+16\\ &= 8(n+2)\end{aligned}$$

$n+2$ は中央の自然数だから，$8(n+2)$ は中央の自然数の８倍である。

よって，連続する５つの自然数について，最も大きい自然数の２乗から最も小さい自然数の２乗を引いた差は，中央の自然数の８倍になる。

問６．

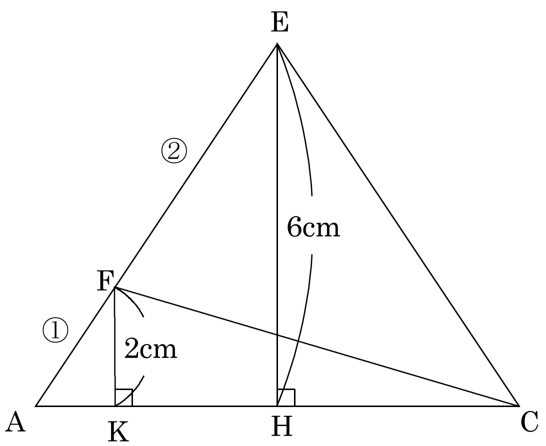
図１



(ア)　底面積×高さ×$\frac{1}{3}$

$= 6\times6\times6\times\frac{1}{3}=72$　(cm^3)

(イ)



EF より AC に垂線を下ろす

＜ CF を含む平面を作り考える＞

AF : AE ＝ 1 : 3 ＝ FK : EH(6) より

FK ＝ 2

△ ABC において三平方の定理で

$1:1:\sqrt{2}$ より　　$\mathrm{AC}=6\sqrt{2}$

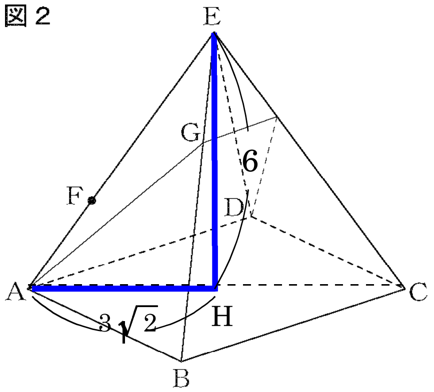
$\mathrm{AH}=3\sqrt{2}$，AK : KH ＝ 1 : 2 より

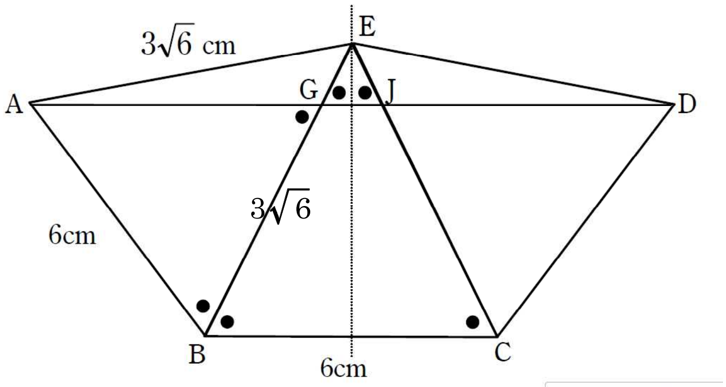
$\mathrm{KH}=2\sqrt{2}$　　したがって $\mathrm{KC}=5\sqrt{2}$

△ FKC において三平方の定理で、$\mathrm{CF}^2=2^2+(5\sqrt{2})^2=4+50=54$

CF ＞ 0 より　　$\mathrm{CF}=3\sqrt{6}$

(ｳ) 図２





正四角すいを△ EAB，△ EBC，△ ECD が辺 EB，辺 EC でつながった状態で展開したとき，長さが最も短くなるように引いた線は線分 AD となり，AD と辺 EB の交点が G である。

AD と EC の交点を J とする。

ここで，立体の正四角すいの△ EAH において，三平方の定理より，

$EA^2 = 6^2 + (3\sqrt{2})^2 = 36 + 18 = 54$　　EA ＞ 0 より　　$EA = 3\sqrt{6}$

△ ABG ∽△ EBC だから，BG : BC ＝ AB : EB

よって，　BG : 6 ＝ 6 : $3\sqrt{6}$　　$3\sqrt{6}$ BG ＝ 36　　BG ＝ $2\sqrt{6}$（cm）

問７.

〔証明〕

△ ABF と△ DEF において，

まず，対頂角は等しいから，

∠ AFB ＝∠ DFE　…①

次に，△ ABC において，

点 D は辺 BC の中点，点 E は辺 AC の中点であるから，

中点連結定理より，

AB // ED　…②

ポイント

②より，平行線の錯角は等しいから，

∠ ABE ＝∠ DEB

よって，∠ ABF ＝∠ DEF　…③

①，③より，２組の角がそれぞれ等しいから，

△ ABF ∽△ DEF