平成 27 年度

神奈川県公立高等学校入学者選抜学力検査問題

共通選抜　全日制の課程

Ⅲ　数　　学

注　意　事　項

1　開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。

2　問題は **問 7** まであり，**1** ページから **6** ページに印刷されています。

3　計算は，あいているところを使い，答えは，解答用紙の決められた欄に，はっきり書き入れなさい。

4　答えに無理数がふくまれるときは，無理数のままにしておきなさい。根号がふくまれるときは，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。また，分母に根号がふくまれるときは，分母に根号をふくまない形にしなさい。

5　答えが分数になるとき，約分できる場合は約分しなさい。

6　終了の合図があったら，すぐに解答をやめなさい。

受　検　番　号	番

問1　次の計算をしなさい。

(ア)　$-4+(-3)$

(イ)　$-\frac{1}{7}+\frac{2}{5}$

(ウ)　$16ab^2 \div 8ab$

(エ)　$\sqrt{54}-\frac{42}{\sqrt{6}}$

問2　次の問いに答えなさい。

(ア)　$(x+2)(x+3)-(x+4)^2$ を計算しなさい。

(イ)　$(x-5)^2-7(x-5)+12$ を因数分解しなさい。

(ウ)　2次方程式 $5x^2-3x-1=0$ を解きなさい。

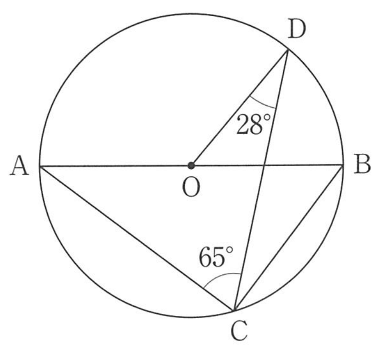
(エ)　$x=3-\sqrt{7}$ のとき，x^2-6x+9 の値を求めなさい。

(オ)　関数 $y=ax^2$ について，x の値が -3 から -1 まで増加するときの変化の割合が -3 であった。
このとき，a の値を求めなさい。

(カ)　1から6までの目の出る大，小2つのさいころを同時に1回投げるとき，出た目の数の和が9以上とならない確率を求めなさい。ただし，大，小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(キ)　半径が2 cmである球の体積をP cm^3，半径が3 cmである球の体積をQ cm^3とするとき，PとQの比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。ただし，円周率はπとする。

(ク)　右の図において，線分ABは円Oの直径であり，2点C，Dは円Oの周上の点である。
このとき，∠ABCの大きさを求めなさい。



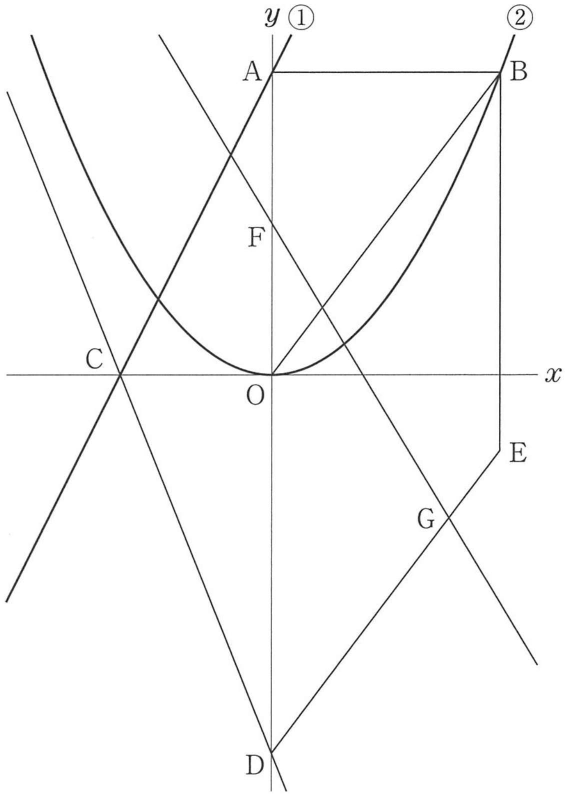
問3　右の図において，直線①は関数 $y=2x+8$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点Aは直線①と y 軸との交点である。点Bは曲線②上の点で，その x 座標は6であり，線分ABは x 軸に平行である。点Cは直線①と x 軸との交点である。

また，原点をOとするとき，点Dは y 軸上の点で，OB＝ODであり，その y 座標は負である。

さらに，点EはOD＝BEとなる点で，線分BEは y 軸に平行であり，その y 座標は負である。

このとき，次の問いに答えなさい。



(ア)　曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

(イ)　直線CDの式を求め，$y=mx+n$ の形で書きなさい。

(ウ)　点Fは線分OAの中点であり，点Gは線分DE上の点である。直線FGが四角形ODEBの面積を2等分するとき，点Gの座標を求めなさい。

問4　ある年の７月に，野球チームＡ，Ｂがそれぞれ試合を行った。

次の図は，Ａチームが行った全試合におけるそれぞれの得点の記録をヒストグラムに表したものである。

また，表は，Ｂチームが行った全試合におけるそれぞれの得点の記録を度数分布表にまとめたものであり，Ｂチームが行った全試合の得点の合計は108点である。

このとき，あとの問いに答えなさい。

図　Ａチームの得点

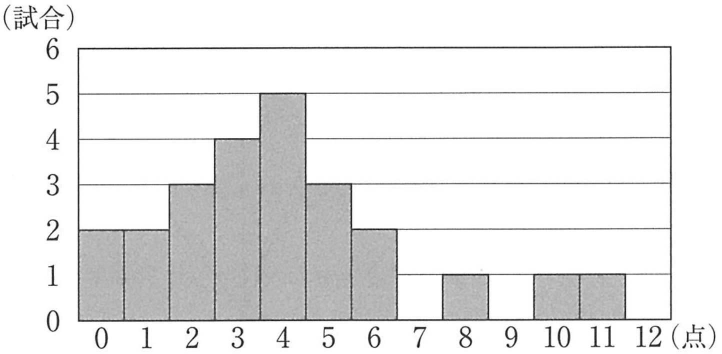


表　Ｂチームの得点

得点（点）	度数（試合）
0	1
1	0
2	$\boxed{\text{(i)}}$
3	4
4	2
5	2
6	$\boxed{\text{(ii)}}$
7	3
8	1
9	1
10	3
計	20

(ア)　図における中央値を求めなさい。

(イ)　表の中の $\boxed{\text{(i)}}$ ，$\boxed{\text{(ii)}}$ にあてはまる数を求めなさい。

(ウ)　図，表からわかることとして正しいものを次の１～５の中から２つ選び，その番号を書きなさい。

1.　Ａチームの試合数はＢチームの試合数より多く，Ａチームの全試合の得点の合計はＢチームの全試合の得点の合計より多い。
2.　Ａチームの得点の最頻値はＡチームの得点の平均値と等しいが，Ｂチームの得点の最頻値はＢチームの得点の平均値と異なる。
3.　Ａチームの得点の範囲はＢチームの得点の範囲より大きく，Ａチームが10点以上得点した試合数はＢチームが10点以上得点した試合数より多い。
4.　Ａチームの得点の平均値はＢチームの得点の平均値より大きく，Ａチームの得点の最頻値はＢチームの得点の最頻値より小さい。
5.　Ａチームの得点は，Ａチームの試合の半数以上でＡチームの得点の平均値以上である。

問5　工場Ａでは，製品Ｐの出荷数について，１年目に100個出荷し，２年目には１年目よりx割多く出荷し，３年目には２年目より$2x$割多く出荷する計画を立てた。

このとき，次の問いに答えなさい。

(ア)　$x=1$のとき，工場Ａにおいて，２年目に出荷する製品Ｐの個数を求めなさい。

(イ)　工場Ａにおいて，３年目に製品Ｐを208個出荷するとき，xについての方程式をつくり，xの値を求めなさい。ただし，$x>0$とする。なお，**答えを導くまでの途中経過も書きなさい。**

問6　右の図1は，線分ABを直径とする円Oを底面とし，線分ACを母線とする円すいであり，点Dは線分BCの中点である。

AB＝6 cm，AC＝10 cmのとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率はπとする。

(ア)　この円すいの体積を求めなさい。

(イ)　この円すいにおいて，2点A，D間の距離を求めなさい。

(ウ)　この円すいの表面上に，図2のように点Aから線分BCと交わるように，点Aまで線を引く。このような線のうち，長さが最も短くなるように引いた線の長さを求めなさい。

図1

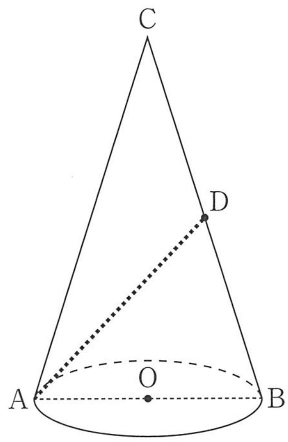
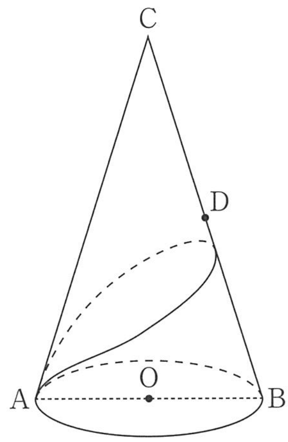


図2

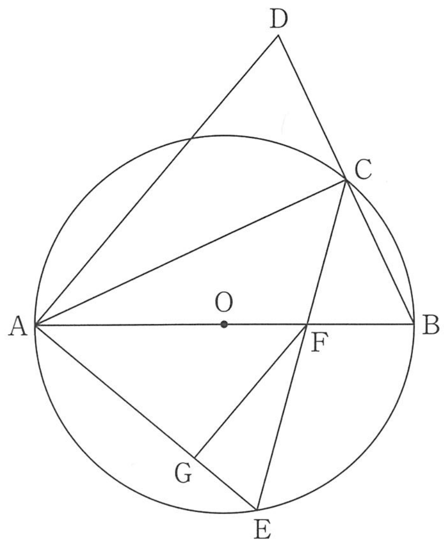


問7　右の図のように，線分ABを直径とする円Oの周上に，2点A，Bとは異なる点CをAC＞BCとなるようにとり，線分BCの延長上に点Bとは異なる点DをAB＝ADとなるようにとる。

また，点Cをふくまない$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$上に2点A，Bとは異なる点Eをとり，線分ABと線分CEとの交点をFとする。

さらに，線分AE上に点GをAE⊥FGとなるようにとる。

このとき，三角形ACDと三角形FGEが相似であることを証明しなさい。



（問題は，これで終わりです。）

Ⅲ　数　学　解答用紙　(平成 27 年度)

問 1

(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)

各 3 点

問 2

(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)
(オ)	(カ)	(キ)	(ク)
$a=$		P ： Q ＝ ：	∠ABC＝ °

各 4 点

問 3

(ア)	(イ)	(ウ)
$a=$	$y=$	G (,)

各 4 点

問 4

(ア)	(イ)		(ウ)	
	(i)	(ii)		
点				

(ア) 4 点
(イ)両方できて 4 点
(ウ)両方できて 4 点
(ウ)順不同可

問 5

(ア)	個
(イ)	［答］ $x=$

(ア) 2 点
(イ) 8 点

問 6

(ア)	(イ)	(ウ)
cm^3	cm	cm

各 4 点

問 7

［証明］

10点

受検番号	氏名
番	

問	得点
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
計	

C 数

Ⅲ　数　学　正答表並びに採点基準　（平成27年度）

問 1

(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)
-7	$\frac{9}{35}$	$2b$	$-4\sqrt{6}$

問 2

(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)
$-3x-10$	$(x-8)(x-9)$	$x=\frac{3\pm\sqrt{29}}{10}$	7
(オ)	(カ)	(キ)	(ク)
$a=\frac{3}{4}$	$\frac{13}{18}$	P ： Q ＝ 8 ： 27	$\angle$ABC＝ 53 °

問 3

(ア)	(イ)	(ウ)
$a=\frac{2}{9}$	$y=-\frac{5}{2}x-10$	G $\left(\frac{14}{3}, -\frac{34}{9}\right)$

問 4

(ア)	(イ) (i)	(イ) (ii)	(ウ)	(ウ)
4 点	2	1	2	5

(ウ)順不同可。

問 5

(ア) 110 個

(イ)

2年目の出荷数は $100\left(1+\frac{x}{10}\right)$ 個だから，

$100\left(1+\frac{x}{10}\right)\left(1+\frac{2x}{10}\right)=208$

展開して整理すると，

$2x^2+30x-108=0$

両辺を2で割ると，

$x^2+15x-54=0$

$(x-3)(x+18)=0$

したがって，

$x=3$，$x=-18$

$x>0$ だから，$x=-18$ は問題に適していない。

$x=3$ は問題に適している。

したがって，$x=3$

［答］ $x=$ 3

(イ)は正答例。

問 6

(ア)	(イ)	(ウ)
$3\sqrt{91}\,\pi$ cm^3	$\sqrt{43}$ cm	$5+5\sqrt{5}$ cm

問 7

［証明］

△ACD と△FGE において，

まず，∠ACB は線分 AB を直径とする半円の弧に対する円周角だから，

∠ACB＝90°

また，3点 B，C，D は1直線上にあるから，

∠ACD＝180°－∠ACB＝90°　……①

さらに，仮定から，

∠FGE＝90°　……②

①，②より，

∠ACD＝∠FGE　……③

次に，△ABD は AB＝AD の二等辺三角形だから，

∠ADB＝∠ABD

よって，∠ADC＝∠ABC　……④

また，$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$ に対する円周角は等しいから，

∠ABC＝∠AEC

よって，∠ABC＝∠FEG　……⑤

④，⑤より，

∠ADC＝∠FEG　……⑥

③，⑥より，2組の角がそれぞれ等しいから，

△ACD ∽ △FGE

正答例。

問	配点
1	各3点 計12点
2	各4点 計32点
3	各4点 計12点
4	(ア)4点 (イ)両方できて4点 (ウ)両方できて4点 計12点
5	(ア)2点 (イ)8点 計10点
6	各4点 計12点
7	10点
計	100点

採点上の注意

1. 中間点は，**問5**(イ)，**問7**以外には設けないこと。
2. **問5**(イ)，**問7**の下記に示した採点基準以外の疑問点は，減点の設定等を含め複数の採点者によって判断し，校内で統一すること。
3. 正の数については，＋の符号をつけても可とする。
4. 多項式の項の順序，積の順序は入れかわっても可とする。
5. 有限小数で表される分数は小数で表しても可とする。循環小数になるものを有限小数で表したり，「…」を用いて表したものは不可とする。仮分数は帯分数で表しても可とする。
6. **問5**(イ)については，以下の採点基準とする。

2年目の出荷数は $100\left(1+\dfrac{x}{10}\right)$ 個だから， $100\left(1+\dfrac{x}{10}\right)\left(1+\dfrac{2x}{10}\right)=208$ 展開して整理すると， $2x^2+30x-108=0$ 両辺を2で割ると， $x^2+15x-54=0$ $(x-3)(x+18)=0$	したがって， $x=3$，$x=-18$ $x>0$ だから，$x=-18$ は問題に適していない。 $x=3$ は問題に適している。 したがって，$x=3$ ［答］　$x=3$

＊解答に必要な方程式が x を用いて適切に表されていること，解答の過程と，問題の答えが正しいことを基準として採点すること。

(1) 解答の過程で，3年目に出荷した製品の個数についての方程式が正しく記述されていて，4点を与える。ただし，同値な方程式であれば可とする。
(2) 解答の過程で，(1)に基づいて方程式の2つの解が正しく求められていて，2点を与える。
(3) 解答の過程で，(1)，(2)に基づいて問題の答えが正しく記述されていて，2点を与える。
(4) 間違った式等が記述されていた場合，解答に不必要であっても減点する。
(5) 正答表以外の求め方については，上記の採点基準に準じて点を与える。

7. **問7**については，以下の採点基準とする。

△ACDと△FGEにおいて，

まず，∠ACBは線分ABを直径とする半円の弧に対する円周角だから， ∠ACB＝90° また，3点B，C，Dは1直線上にあるから， ∠ACD＝180°－∠ACB＝90° …… ① さらに，仮定から， ∠FGE＝90° …… ② ①，②より， ∠ACD＝∠FGE …… ③	Ⅰ	次に，△ABDはAB＝ADの二等辺三角形だから， ∠ADB＝∠ABD よって，∠ADC＝∠ABC …… ④ また，$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角は等しいから， ∠ABC＝∠AEC よって，∠ABC＝∠FEG …… ⑤ ④，⑤より， ∠ADC＝∠FEG …… ⑥	Ⅱ
		③，⑥より，2組の角がそれぞれ等しいから， △ACD ∽ △FGE	Ⅲ

＊証明に必要な2組の角がそれぞれ等しくなる理由と結論，2つの三角形が相似になる理由と結論が正しく記述されていることを基準として採点すること。

(1) Ⅰの $\boxed{}$ は理由と結論が正しく記述されていて，3点を与える。ただし，「また，3点B，C，Dは1直線上にあるから，∠ACD＝180°－∠ACB＝90°」の記述を省略し，「よって∠ACD＝90°」といった記述でも可とする。
(2) Ⅱの $\boxed{}$ は理由と結論が正しく記述されていて，5点を与える。
(3) Ⅲの $\boxed{}$ は，(1)，(2)に基づいて理由と結論が正しく記述されていて，2点を与える。
(4) 間違った式等が記述されていた場合，証明に不必要であっても減点する。
(5) 正答表以外の証明については，上記の採点基準に準じて点を与える。

2015（H27）県立高校入試解説

問１.

(ｱ) $-4+(-3)=-4-3=-7$

(ｲ) $-\frac{1}{7}+\frac{2}{5}=-\frac{5}{35}+\frac{14}{35}=\frac{9}{35}$

(ｳ) $16ab^2 \div 8ab = 2b$

(ｴ) $\sqrt{54}-\frac{42}{\sqrt{6}}=3\sqrt{6}-\frac{42\sqrt{6}}{6}=3\sqrt{6}-7\sqrt{6}=-4\sqrt{6}$

問２.

(ｱ) $(x+2)(x+3)-(x+4)^2 = x^2+5x+6-(x^2+8x+16)$

$= x^2+5x+6-x^2-8x-16=-3x-10$

(ｲ) $(x-5)^2-7(x-5)+12=\{(x-5)-4\}\{(x-5)-3\}$

$=(x-9)(x-8)$

(ｳ) $5x^2-3x-1=0$　　$x=\frac{3\pm\sqrt{9+20}}{10}$　　$x=\frac{3\pm\sqrt{29}}{10}$

(ｴ) $x=3-\sqrt{7}$　　$x^2-6x+9=(x-3)^2=(3-\sqrt{7}-3)^2=(-\sqrt{7})^2=7$

(ｵ) $y=ax^2$

x	-3	-1
y	$9a$	a

変化の割合は　$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{a-9a}{-1-(-3)}$

$\frac{-8a}{2}=-4a$　　$-4a=-3$　より　　$a=\frac{3}{4}$

（別解）　変化の割合$=(-3-1)\times a=-4a$

(ｶ)

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						9
4					9	10
5				9	10	11
6			9	10	11	12

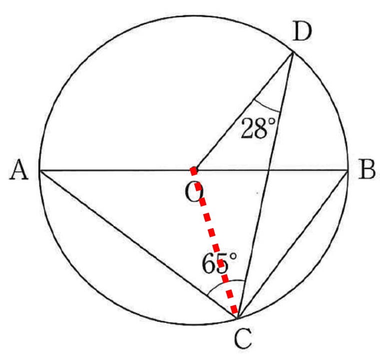
９以上となるのは１０通り
９以上とならないのは３６－１０＝２６通り

したがって、９以上とならない確率は

$\frac{26}{36}=\frac{13}{18}$

(ｷ)　球はすべて相似になる
相似な図形の体積比は相似比の３乗となるので　　$2^3:3^3=8:27$

(ｸ)



OC を結ぶ
△ OCD は二等辺三角形なので
∠ OCD ＝ 28°
AB は直径なので、∠ ACB ＝ 90°
したがって、∠ DCB ＝ 25°
△ OCB は二等辺三角形なので
∠ ABC ＝ 28° ＋ 25° ＝ 53°

問３.

(ｱ) 曲線② $y = ax^2$ の式を求めるには、通る点の座標が１つ分かればよい。

直線①の式が $y = 2x + 8$ より A$(0, 8)$ → 点 B の y 座標は 8

また、点 B の x 座標は 6 とあるので、点 B の座標は$(6, 8)$

$(6, 8)$ を $y = ax^2$ に代入して $8 = 36a$ $a = \dfrac{2}{9}$

(ｲ) 線分 OB の長さは、直角三角形において三平方の定理より OB ＝ 10

OB ＝ OD より D$(0, -10)$ 直線①の式が $y = 2x + 8$ より

切片は 8、傾きは 2 より ４コイッテ８アガルので C$(-4, 0)$

２点 CD を通る直線の式は ４コイッテ 10 サガルので 傾き m は $-\dfrac{5}{2}$

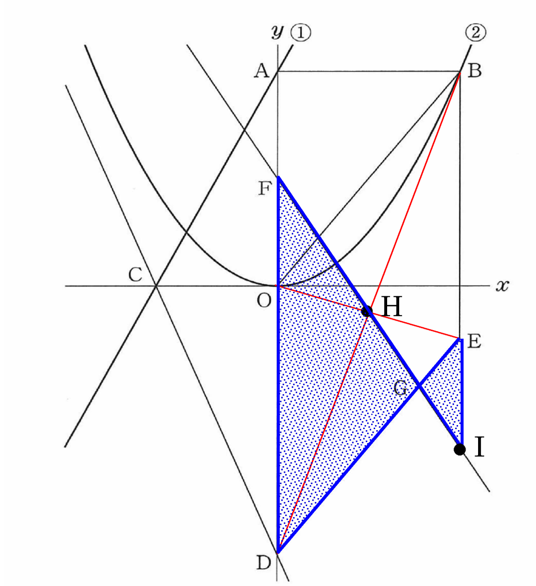
$$y = -\frac{5}{2}x - 10$$

(ｳ)

方法1.

平行四辺形やひし形の面積を２等分する線は、必ず対角線の中点を通ることを利用する。

D$(0, -10)$ と B$(6, 8)$ の中点 H は$(3, -1)$



(※) 中点の座標の求め方は、D，B の x 座標，y 座標をそれぞれ足して２で割る（平均を求めるときと同じ）

直線 FH と直線 DE の交点として点 G の座標を求める。

直線 FH の式は、F（0，4），H$(3, -1)$ より

$$y = -\frac{5}{3}x + 4$$

また、OD ＝ BE ＝ 10 より E$(6, -2)$ となるので，

点 E と点 D$(0, -10)$ を通る直線 DE の式は、

$$y = \frac{4}{3}x - 10$$

交点の座標は，２つの直線の方程式を連立方程式としたときの解となるので置換法で解くと

$$\frac{4}{3}x - 10 = -\frac{5}{3}x + 4$$

両辺×３ $4x - 30 = -5x + 12$

$$9x = 42$$

$$x = \frac{14}{3}$$

$x = \dfrac{14}{3}$ を $y = \dfrac{4}{3}x - 10$ に代入して

$$y = \frac{56}{9} - \frac{90}{9}$$

$$y = -\frac{34}{9}$$

G $\left(\dfrac{14}{3},\ -\dfrac{34}{9}\right)$

方法2.　点Ⅰは，点Hを対称の中心として点Fと点対称な位置にあるのでⅠ(6,－6)

△FDG∽△IEGより　FD：IE＝DG：EG＝14：4　$6\times\frac{14}{18}=\frac{14}{3}$

$x=\frac{14}{3}$を$y=\frac{4}{3}x-10$に代入して　G $\left(\frac{14}{3},\ -\frac{34}{9}\right)$

問４.

(ア) 総試合数は、2＋2＋3＋4＋5＋3＋2＋1＋1＋1＝24試合
中央値は、真ん中の試合は12試合目と13試合目の平均なので両方とも4点

(イ) 得点をすべて合計すると、12＋8＋10＋21＋8＋9＋30＝98点
度数をすべて合計すると、1＋4＋2＋2＋3＋1＋1＋3＝17試合
あと20－17＝3試合で、108－98＝10点必要なので、
2点×(ⅰ)＋6点×(ⅱ)＝10点となるには、(ⅰ)＝2、(ⅱ)＝1

(ウ) 1.試合数はAﾁｰﾑが24試合，Bﾁｰﾑが20試合，→○
全試合の得点合計はAﾁｰﾑが96点，Bﾁｰﾑが108点，→×
②.Aﾁｰﾑの得点の最頻値は4点，Aﾁｰﾑの得点の平均値は96÷24＝4点，→○
Bﾁｰﾑの得点の最頻値は3点，Bﾁｰﾑの得点の平均値は108÷20＝5.4点，→○
3.得点の範囲はAﾁｰﾑが11点，Bﾁｰﾑが10点，→○
10点以上得点した試合数はAﾁｰﾑが2試合，Bﾁｰﾑが3試合，→×
4.得点の平均値はAﾁｰﾑが4点，Bﾁｰﾑが5.4点，→×
得点の最頻値はAﾁｰﾑが4点，Bﾁｰﾑが3点，→×
⑤.Aﾁｰﾑの得点の平均値は4点，
4点を取った試合数は5＋3＋2＋1＋1＋1＝13試合で24試合の半数以上→○

問５.

(ア) 100×1.1＝110（個）

(イ) $100\times\left(1+\frac{x}{10}\right)\times\left(1+\frac{2x}{10}\right)=208$　$(10+x)(10+2x)=208$

$2x^2+30x+100=208$　$2x^2+30x-108=0$

$x^2+15x-54=0$　$(x+18)(x-3)=0$

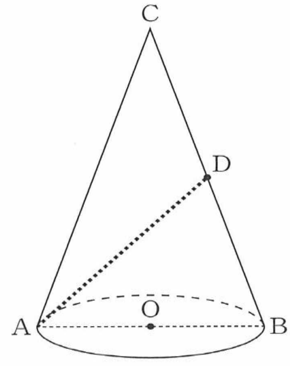
$x=-18,\ 3$　$x>0$より　$x=3$

問６.

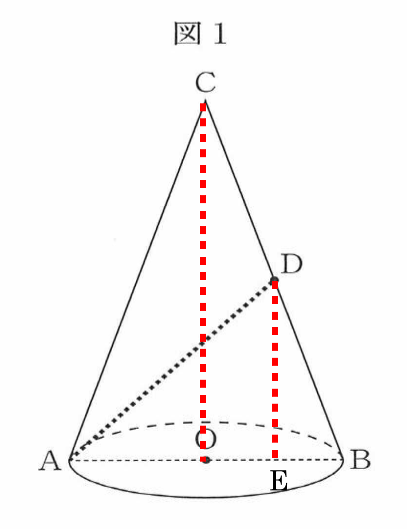
(ア) AC＝10cm，AO＝3cm
三平方の定理よりCO(高さ)$^2=10^2-3^2=91$

円錐の体積は　$9\pi\times\sqrt{91}\times\frac{1}{3}=3\sqrt{91}\pi$

図１



(ｲ)



CO ＝ $\sqrt{91}$

D は BC の中点なので，DE ＝ $\dfrac{\sqrt{91}}{2}$

OE ＝ $\dfrac{3}{2}$

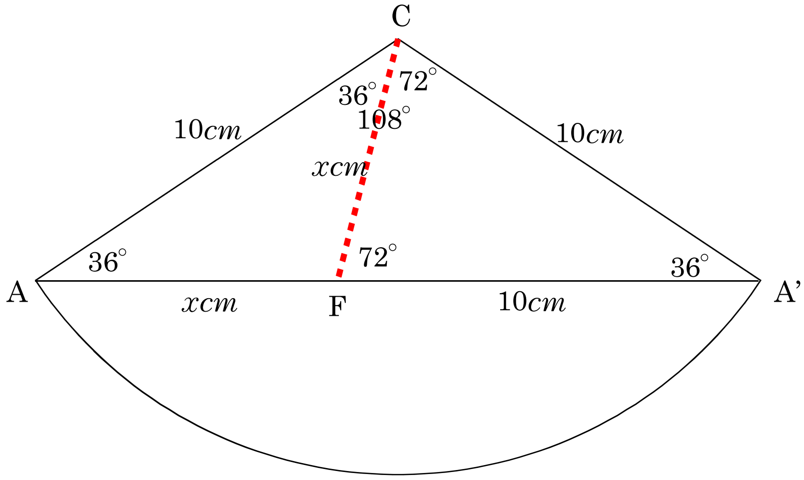
AE ＝ $3 + \dfrac{3}{2} = \dfrac{9}{2}$

△ AED において三平方の定理より

$AD^2 = \left(\dfrac{9}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{91}}{2}\right)^2 = \dfrac{81}{4} + \dfrac{91}{4} = \dfrac{172}{4} = 43$

したがって，AD ＝ $\sqrt{43}$

(ｳ)



底辺の円周は 6 π　　　　AC を半径とする円の円周は 20 π

したがって，展開図扇形の中心角は，$360° \times \dfrac{6\pi}{20\pi} = 108°$

△ CAA’ は頂角が 108°より底角が 36° の二等辺三角形となる

∠ C ＝ 108° を 36°と 72°に分かれるように CF を引き，二等辺三角形を 2 つ作る

AF ＝ FC ＝ x*cm* とすると

△ CAA’ ∽△ FAC より　　　　$10 : x = (10 + x) : 10$

$$x(10 + x) = 100$$

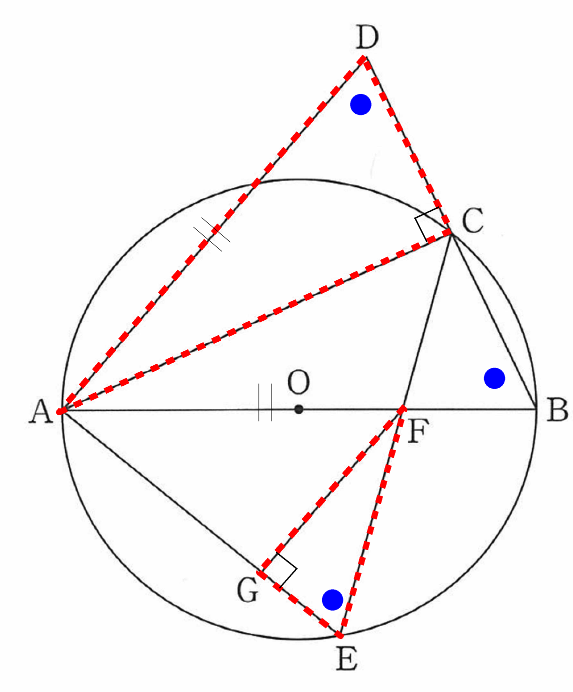
$$10x + x^2 - 100 = 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 400}}{2} \qquad x = \frac{-10 \pm 10\sqrt{5}}{2} \qquad x = -5 \pm 5\sqrt{5}$$

AA’ ＝ $-5 \pm 5\sqrt{5} + 10 = 5 \pm 5\sqrt{5}$

AA’ ＞ 0 より　　$5 + 5\sqrt{5}$

問７.



証明の詳細は，解答例を参照