C 数

平成28年度

神奈川県公立高等学校入学者選抜学力検査問題

共通選抜　全日制の課程

Ⅲ　数　　学

注　意　事　項

1　開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。

2　問題は **問7** まであり，**1** ページから **6** ページに印刷されています。

3　計算は，あいているところを使い，答えは，解答用紙の決められた欄(らん)に，はっきり書き入れなさい。

4　答えに無理数がふくまれるときは，無理数のままにしておきなさい。根号がふくまれるときは，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。また，分母に根号がふくまれるときは，分母に根号をふくまない形にしなさい。

5　答えが分数になるとき，約分できる場合は約分しなさい。

6　終了の合図があったら，すぐに解答をやめなさい。

受検番号	番

問１　次の計算をしなさい。

(ア)　$-12+3$

(イ)　$\frac{3}{4}-\frac{8}{9}$

(ウ)　$28a^2b^2 \div 4ab^2$

(エ)　$\frac{8}{\sqrt{2}}+\sqrt{72}$

問２　次の問いに答えなさい。

(ア)　$(x+3)^2-(x+2)(x-4)$ を計算しなさい。

(イ)　$(x+1)^2-2(x+1)-15$ を因数分解しなさい。

(ウ)　２次方程式 $3x^2-7x+3=0$ を解きなさい。

(エ)　$\sqrt{2016n}$ が自然数となるような，最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

(オ)　関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-6 \leqq x \leqq 4$ のとき，y の変域は $a \leqq y \leqq b$ である。
このとき，a，b の値を求めなさい。

(カ)　連続する２つの自然数があり，それぞれを２乗した数の和が113になるとき，小さいほうの自然数を求めなさい。

(キ)　次の資料は，ある農園で収穫したみかん20個のそれぞれの重さの記録である。
このとき，この資料における中央値を求めなさい。

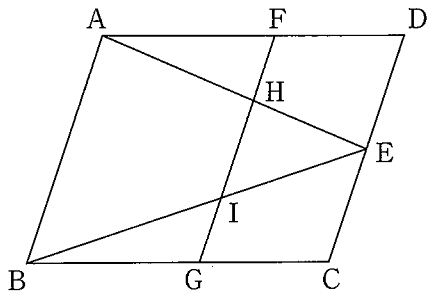
資料　　（単位：ｇ）

95	87	68	88	110	93	106	98	120	76	102	86	65	96	120	98	105	87	94	75

(ク)　右の図のような平行四辺形ABCDがあり，辺CDの中点をＥとする。

また，辺AD上に点ＦをAF：FD＝4：3となるようにとり，辺BC上に点ＧをAB∥FGとなるようにとる。線分AEと線分FGとの交点をH，線分BEと線分FGとの交点をＩとする。

このとき，三角形BGIと三角形EHIの面積の比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。

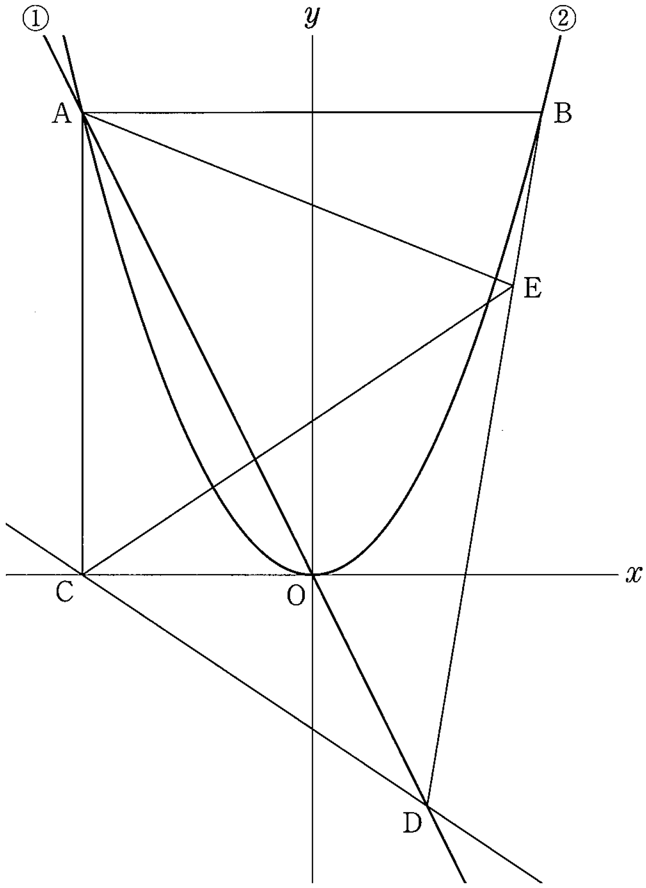


問3 右の図において，直線①は関数 $y=-2x$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点Aは直線①と曲線②との交点で，その x 座標は -3 である。点Bは曲線②上の点で，線分ABは x 軸に平行である。点Cは x 軸上の点で，線分ACは y 軸に平行である。

また，原点をOとするとき，点Dは直線①上の点で，AO：OD＝2：1であり，その x 座標は正である。

このとき，次の問いに答えなさい。



(ア) 曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

(イ) 直線CDの式を求め，$y=mx+n$ の形で書きなさい。

(ウ) 点Eは線分BD上の点である。三角形ACEと三角形CDEの面積が等しくなるとき，点Eの座標を求めなさい。

問 4　右の図1のように，円Oの周上に，円周を12等分する点A，B，C，D，E，F，G，H，I，J，K，Lがある。

また，図2のように，2つの袋p，qがあり，袋pの中にはB，C，Dの文字が1つずつ書かれた同じ大きさの3枚のカードが入っており，袋qの中にはF，G，H，I，J，K，Lの文字が1つずつ書かれた同じ大きさの7枚のカードが入っている。

袋pの中からカードを1枚取り出し，そのカードに書かれた文字と同じ文字の図1の点の位置に点Pをとり，袋qの中からカードを1枚取り出し，そのカードに書かれた文字と同じ文字の図1の点の位置に点Qをとる。

いま，2つの袋p，qの中からカードをそれぞれ1枚ずつ取り出すとき，次の問いに答えなさい。ただし，それぞれの袋の中から，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

図1

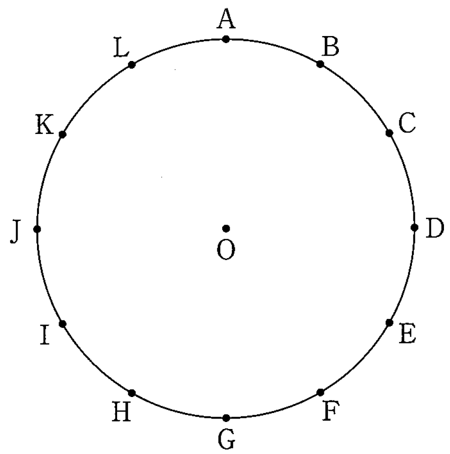
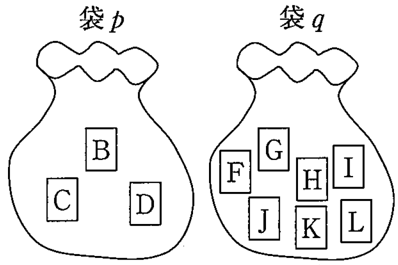


図2



(ア)　線分PQが円Oの中心を通る確率を求めなさい。

(イ)　∠APQの大きさが60°以上となる確率を求めなさい。

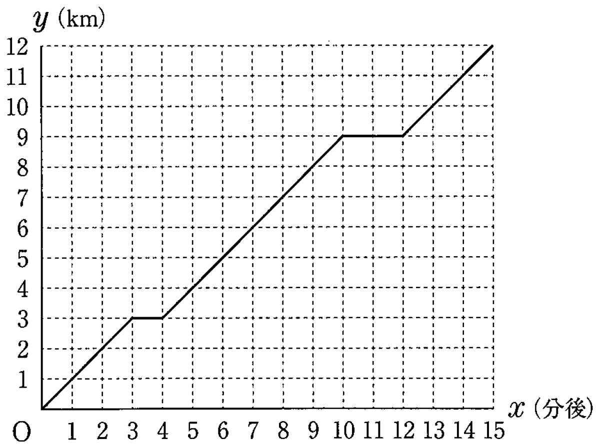
(ウ)　三角形APQが二等辺三角形となる確率を求めなさい。

問5　ある鉄道路線があり，A駅，B駅，C駅，D駅の順に駅がある。A駅とB駅の間の道のりは3 km，B駅とC駅の間の道のりは6 km，C駅とD駅の間の道のりは3 kmである。

また，この路線を走行する普通列車は各駅に停車し，特急列車はA駅とD駅に停車する。

右の図は，この路線において，普通列車Pが，午前9時にA駅を出発してからD駅に到着するまでの，午前9時からx分後のA駅からの道のりをy kmとして，xとyの関係を表したグラフであり，原点はOである。

このとき，次の問いに答えなさい。ただし，列車の長さは考えないものとし，列車は各駅間において一定の速さで走行するものとする。



(ア)　普通列車PはC駅で何分間停車したかを求めなさい。

(イ)　特急列車Qは，午前9時5分にA駅を出発してD駅に向かい，D駅に到着するまで時速90 kmで走行した。

このとき，特急列車Qが，A駅を出発してからD駅に到着するまでの，午前9時からx分後のA駅からの道のりをy kmとして，xとyの関係を表したグラフを図にかき入れなさい。

(ウ)　特急列車Rは，午前9時にD駅を出発してA駅に向かい，A駅に到着するまで時速90 kmで走行したところ，途中で普通列車Pとすれ違った。

このとき，すれ違ったのは特急列車RがD駅を出発してから何分後かを求めなさい。

問6　右の図1は，AB＝3cm，BC＝4cm，∠ABC＝90°の直角三角形ABCを底面とし，AD＝BE＝CF＝6cmを高さとする三角柱である。また，点Gは辺BCの中点である。

　このとき，次の問いに答えなさい。

(ア)　この三角柱の表面積を求めなさい。

(イ)　この三角柱において，2点D，G間の距離を求めなさい。

(ウ)　図2のように，この三角柱の辺CF上に点HをAD＝AHとなるようにとる。

　このとき，面ABHと点Cとの距離を求めなさい。

図1

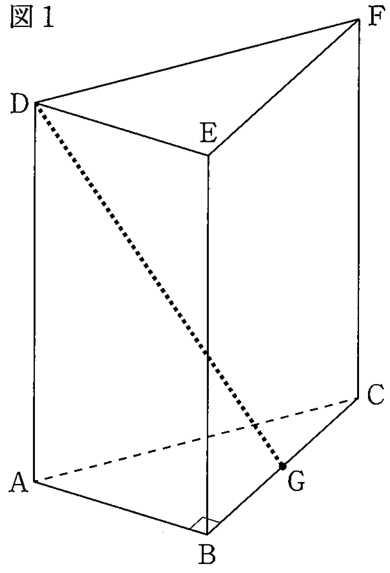
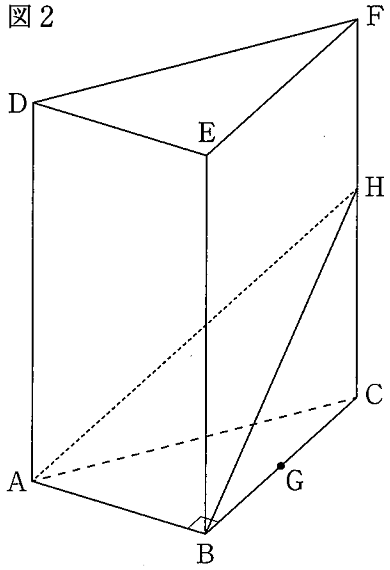


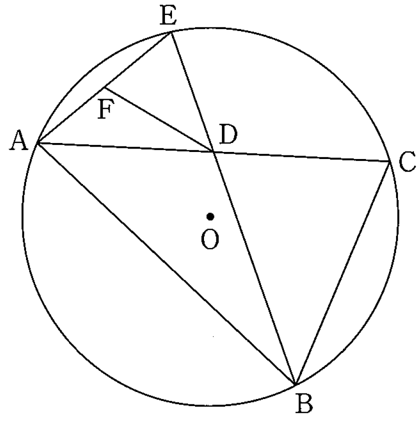
図2



問7　右の図のように，円Oの周上に3点A，B，Cを$AB > BC$となるようにとり，線分ACの中点をDとする。

また，線分BDの延長と円Oとの交点で点Bとは異なる点をEとし，線分AEの中点をFとする。

このとき，三角形ABCと三角形DFEが相似であることを証明しなさい。



(問題は，これで終わりです。)

平成２８年度神奈川県公立高校入試問題解説

問１.

(ア) $-12+3=-9$

(イ) $\dfrac{3}{4}-\dfrac{8}{9}=\dfrac{27}{36}-\dfrac{32}{36}=-\dfrac{5}{36}$

(ウ) $28a^2b^2 \div 4ab^2=7a$

(エ) $\dfrac{8}{\sqrt{2}}+\sqrt{72}=\dfrac{8\sqrt{2}}{2}+6\sqrt{2}=4\sqrt{2}+6\sqrt{2}=10\sqrt{2}$

問２.

(ア) $(x+3)^2-(x+2)(x-4)=x^2+6x+9-(x^2-2x-8)$

$=x^2+6x+9-x^2+2x+8=8x+17$

(イ) $(x+1)^2-2(x+1)-15=(x+1-5)(x+1+3)=(x-4)(x+4)$

(ウ) $3x^2-7x+3=0$ $\quad x=\dfrac{7\pm\sqrt{49-36}}{6}$ $\quad x=\dfrac{7\pm\sqrt{13}}{6}$

(エ) $\sqrt{2016n}=\sqrt{2\times2\times2\times2\times2\times3\times3\times7\times n}=12\sqrt{2\times7\times n}$ $\quad n=14$

(オ) $y=-\dfrac{1}{2}x^2$

x	-6	0	4
y	-18	0	-8

$a=-18$ ，$b=0$

(カ) 小さい方の自然数を x とすると，連続する 2 つの自然数は n，$n+1$ となる。

$x^2+(x+1)^2=113$ $\quad x^2+x^2+2x+1=113$ $\quad 2x^2+2x-112=0$

$x^2+x-56=0$ $\quad (x+8)(x-7)=0$ $\quad x=7,\ -8$

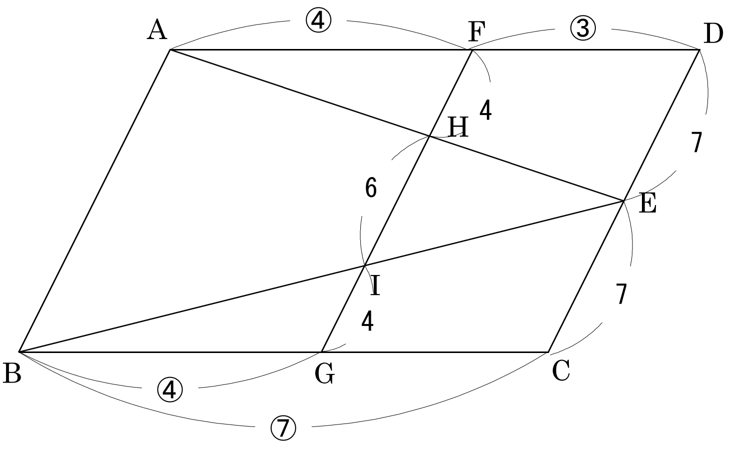
自然数なので-8は適さない　　小さい方の自然数は 7

(キ) 65，68，75，76，86，87，87，88，93，94，

95，96，98，98，102，105，106，110，120，120

偶数なので，真ん中 2 つの平均が中央値となるので，$(94+95)\div2=94.5$

(ク)

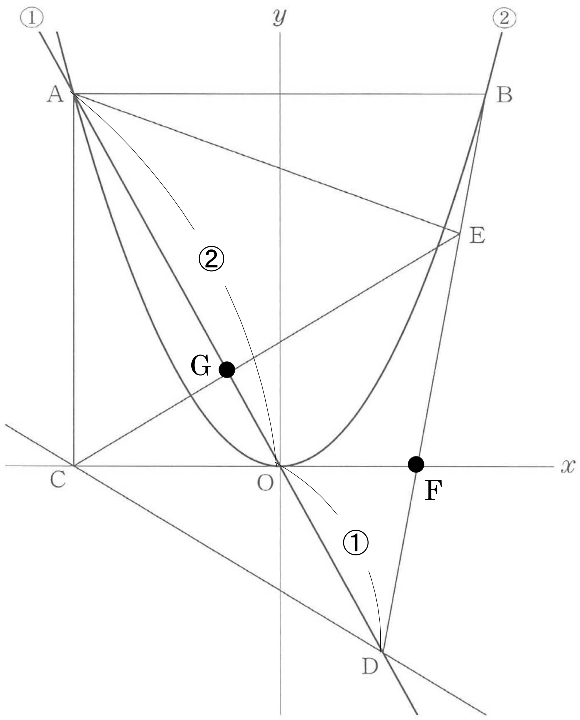


底辺の比と高さの比を
そのまま使って求めよう

△ BGI ＝ 4 ×④＝ 16
△ EHI ＝ 6 ×③＝ 18
16 : 18 ＝ 8 : 9

真面目に計算するのなら
$4a\times4b=16ab$
$6a\times3b=18ab$

問３.



(ｱ) A の x 座標は -3

$y=-2x$ 上にあるので

$y=6$　　　A $(-3,\ 6)$

(ｲ)

AO : OD ＝ 2 : 1 より

まず，x 座標を求める

$3 : x = 2 : 1$

$2x = 3$

$x = \dfrac{3}{2}$

次に y 座標を求める

$6 : y = 2 : 1$

$y = 3$

したがって，D $\left(\dfrac{3}{2},\ -3\right)$

また，C $(-3,\ 0)$

直線 CD の傾きは，x の増加量が　$\dfrac{3}{2}-(-3)=\dfrac{3}{2}+3=\dfrac{9}{2}$

y の増加量が $(-3)-0=-3=-\dfrac{6}{2}$　なので　$-\dfrac{6}{9}=-\dfrac{2}{3}$

切片は，C $(-3,\ 0)$ から 3 コイッテ 2 サガルので，-2

直線 CD の式は，$y=-\dfrac{2}{3}x-2$

(ｳ) **方法１：動点Ｅの座標を文字で表し、２つの三角形の面積を表そう。**

D $\left(\dfrac{3}{2},\ -3\right)$，B $(3,\ 6)$ より，　直線 BD の傾きは，$\dfrac{6-(-3)}{3-\dfrac{3}{2}}=\dfrac{9}{\dfrac{3}{2}}=6$

切片は，$y=6x+b$ に，B $(3,\ 6)$ を代入して　$6=18+b$　　$b=-12$

したがって，直線 BD の式は　$y=6x-12$

点 E は直線 BD 上にあるので，$(m,\ 6m-12)$ と表すことができる

△ ACE の面積は底辺 AC 6 ×高さ $(m+3)\times\dfrac{1}{2}$

△ CDE の面積を△ CFD ＋△ CFE と分けて考える

点 F の x 座標は，$y=6x-12$ 上の点なので，

$y=0$ を代入して，$0=6x-12$　　$6x=12$　　$x=2$

△ CFD の面積は底辺 CF $5\times$ 高さ $3\times\frac{1}{2}$

△ CFE の面積は底辺 CF $5\times$ 高さ $(6m-12)\times\frac{1}{2}$

△ ACE の面積＝△ CFD の面積＋△ CFE の面積より

$$6\times(m+3)\times\frac{1}{2}=5\times3\times\frac{1}{2}+5\times(6m-12)\times\frac{1}{2}$$

$$6(m+3)=5\times3+5(6m-12)$$

$$6m+18=15+30m-60$$

$$-24m=-63$$

$$m=\frac{21}{8}$$

これを，$y=6x-12$ に代入して　$y=6\times\frac{21}{8}-12=\frac{63}{4}-\frac{48}{4}=\frac{15}{4}$　E $\left(\frac{21}{8},\ \frac{15}{4}\right)$

(ウ) **方法２：底辺の比＝面積の比の考えを利用しよう。**

△ ACE の面積＝△ ACG の面積＋△ AGE の面積

△ CDE の面積＝△ CDG の面積＋△ GDE の面積　より

AG と GD が底辺と考えれば，面積が等しくなるのは，AG：GD＝１：１

真面目に計算するのなら，AG：GD $=a:b$ のとき，

△ ACG の面積：△ CDG の面積＝ $ma:mb$

△ AGE の面積：△ GDE の面積＝ $na:nb$

$(ma+na):(mb+nb)=(m+n)a:(m+n)b=a:b$

したがって，２つの三角形に分かれていても，**底辺の比＝面積の比** となる

AG：GD＝１：１なので，G は AD の中点となる。

中点の座標は，平均の求め方と同じで，

x 座標と y 座標をそれぞれ足してから２で割れば良い

A $(-3,\ 6)$，D $\left(\frac{3}{2},\ -3\right)$ より，

x 座標は，$\left(-3+\frac{3}{2}\right)\div2=-\frac{3}{2}\div2=-\frac{3}{4}$　y 座標は，$(6-3)\div2=\frac{3}{2}$　G$\left(-\frac{3}{4},\ \frac{3}{2}\right)$

C$(-3,\ 0)$，G$\left(-\frac{3}{4},\ \frac{3}{2}\right)$を通る直線の式を求めると，

直線 CG の傾きは，x の増加量が　$-\frac{3}{4}-(-3)=-\frac{3}{4}+3=\frac{9}{4}$

y の増加量が　$\frac{3}{2}-0=\frac{3}{2}=\frac{6}{4}$　なので　$\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

切片は，C $(-3,\ 0)$から３コイッテ２アガルので，２

直線 CG の式は，$y = \dfrac{2}{3}x + 2$

点 E は，直線 BD と直線 CG の交点なので，連立方程式を使って解くと

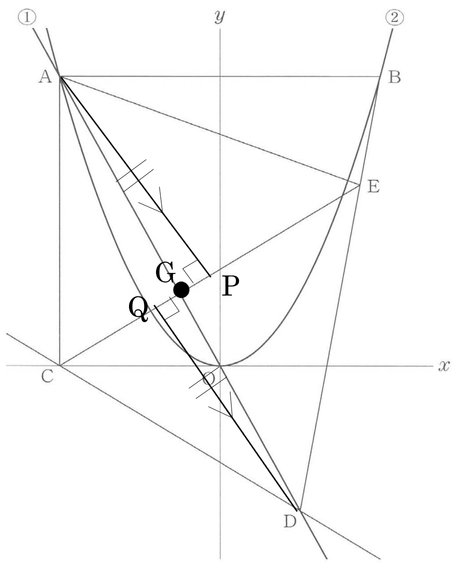
$$6x - 12 = \frac{2}{3}x + 2$$

両辺× 3　　$18x - 36 = 2x + 6$　　$16x = 42$　　$x = \dfrac{21}{8}$

これを，$y = 6x - 12$ に代入して　$y = 6 \times \dfrac{21}{8} - 12 = \dfrac{63}{4} - \dfrac{48}{4} = \dfrac{15}{4}$

E $\left(\dfrac{21}{8},\ \dfrac{15}{4}\right)$

(ｳ) **方法３：平行四辺形の対角線の性質を利用しよう。**



△ ACE と△ CDE の底辺をともに CE と考えれば，
面積が等しくなるには，高さも等しくなれば良い

頂点 A と D から垂線 AP，DQ を引くと
AP ＝ AQ となる。

四角形 AQDP は，
1組の向かい合う辺が等しくて平行なので
平行四辺形となる。

平行四辺形の対角線は，
それぞれの中点で交わるので，
G は AD の中点となる。　　　以下同じ

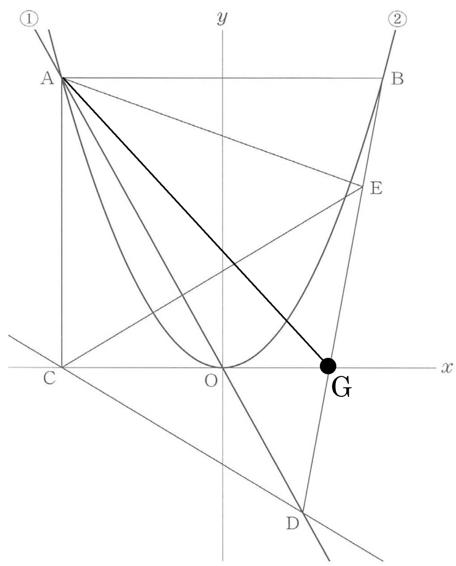
(ｳ) **方法４：三角形の合同を利用しよう。**

△ APG と△ DQG は，直角が等しい，対頂角が等しい，残りの角も等しい，AP ＝ DQ，
１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，△ APG ≡△ DQG
したがって，AG ＝ GD　　　以下同じ

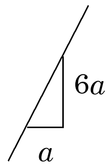
(ｳ) **方法５：面積の増加する割合から考えて見よう。**

△ ACE の面積＝△ ACG の面積（固定）＋△ AGE の面積（増加していく）
△ CDE の面積＝△ CDG の面積（固定）＋△ CGE の面積（増加していく）　より

$\triangle$ ACG の面積(固定) $= 6 \times 5 \times \dfrac{1}{2}$



$\triangle$ CDG の面積(固定) $= 5 \times 3 \times \dfrac{1}{2}$



点 E が移動する
直線 DB の傾きは 6

$\triangle$ AGE の面積(増加していく)

$$6 \times a \times \frac{1}{2}$$

$\triangle$ CGE の面積(増加していく)

$$5 \times 6a \times \frac{1}{2}$$

$$6 \times 5 \times \frac{1}{2} + 6 \times a \times \frac{1}{2} = 5 \times 3 \times \frac{1}{2} + 5 \times 6a \times \frac{1}{2}$$

$$30 + 6a = 15 + 30a$$

$$-24a = -15$$

$$a = \frac{5}{8}$$

点 E の x 座標は, $2 + \dfrac{5}{8} = \dfrac{21}{8}$

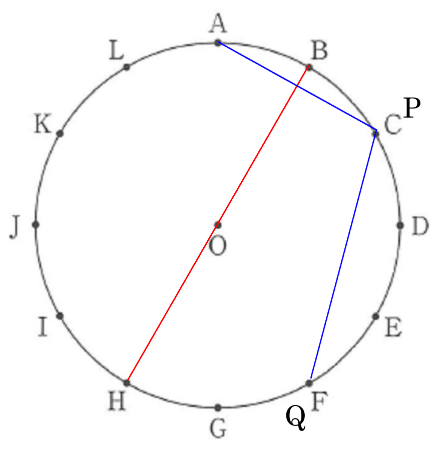
点 E の y 座標は, $0 + \dfrac{5}{8} \times 6 = \dfrac{15}{4}$

問 4. 必ず表を書いて，考えよう。

Q

P	F	G	H	I	J	K	L
B	○	○	(ア)○	○			☆
C	○	○	○☆	(ア)○		☆	
D	○	○☆	○	○	(ア)☆		

図 1



(ア) BH，CI，DJ　　$\dfrac{3}{21} = \dfrac{1}{7}$

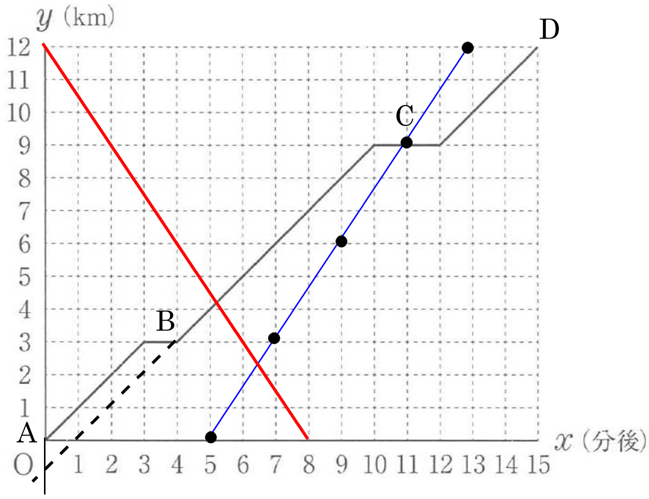
(イ) 円周角は，円の合計で 180°
180° ÷ 12 ＝ 15°

60° 以上になるには，4 個以上必要　　○印 $\dfrac{4}{7}$

(ウ) AP ＝ PQ の場合　DG
AQ ＝ QP の場合　CH

AP ＝ AQ の場合　DJ，CK，BL　　☆印 $\dfrac{5}{21}$

問５.



(ア) 2 分間

(イ) x 軸の単位は分　y 軸の単位は km

時速 $90km$ = 1 時間で $90km$

$= 60$ 分で $90km$

$= 2$ 分で $3km$

(ウ) 列車 P の B 駅 C 駅間の式は,

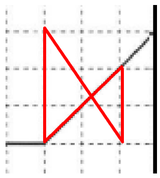
$y = x - 1$

列車 R の式は，$y = -\frac{3}{2}x + 12$

交点の座標を連立方程式で解くと　　$x - 1 = -\frac{3}{2}x + 12$　　$\frac{5}{2}x = 13$

$x = 13 \times \frac{2}{5}$　　$x = \frac{26}{5}$　　$\frac{26}{5}$ 分後

（別解）



相似を利用して，相似比 3 : 2

2 目盛り $\times \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$　　$4 + \frac{6}{5} = \frac{26}{5}$

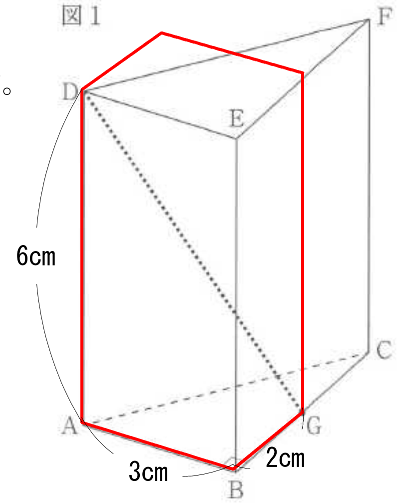
問６.

(ア) 三平方の定理 3 : 4 : 5 より AC = 5 cm

側面積 : 長方形で　$(3 + 4 + 5) \times 6 = 72$

底面積× 2 : 直角三角形で　$3 \times 4 \times \frac{1}{2} \times 2 = 12$　　$84cm^2$

図 1



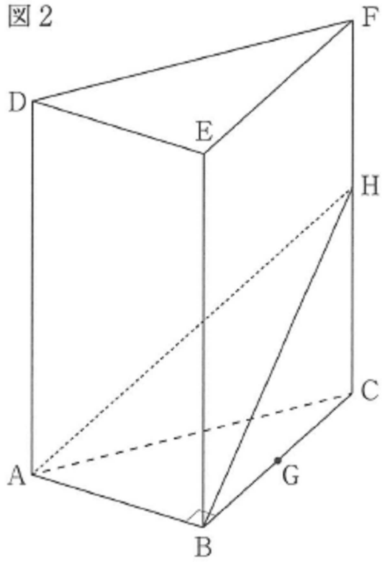
(イ) いつも**直方体の対角線**となるように図形を見ると簡単です。

$3^2 + 2^2 + 6^2 = 49$　　$7cm$

(ｳ) 良く出る形式です

体積を2通りの方法で求め
等しいことを，方程式にして解く方法

図 2



底面積△ ABC ×高さ CH
底面積△ ABH ×高さ(面 ABH と点 C との距離)

AD ＝ AH ＝ 6 より　$BH^2 = 6^2 - 3^2 = 27$

BH ＞ 0 より，$BH = 3\sqrt{3}$

$CH^2 = (\sqrt{27})^2 - 4^2 = 11$

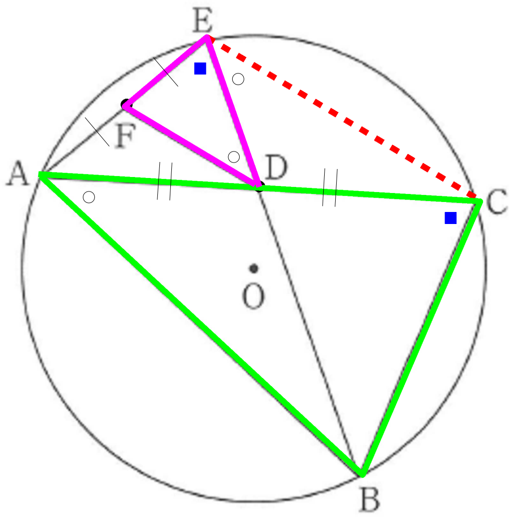
CH ＞ 0 より，$CH = \sqrt{11}$

$$3 \times 4 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{11} \times \frac{1}{3} = 3 \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times h \times \frac{1}{3}$$

$$4\sqrt{11} = 3\sqrt{3}\,h$$

$$h = \frac{4\sqrt{11}}{3\sqrt{3}} \qquad h = \frac{4\sqrt{33}}{9}$$

問７.



点 F も点 D も中点なので，
中点連結定理を頭に浮かべたい。
そうすることにより，
EC を結ぶ補助線に進むことができる。

証明は，解答を参照

Ⅲ　数　学　正答表並びに採点上の注意　（平成 28 年度）

問 1

(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)
-9	$-\dfrac{5}{36}$	$7a$	$10\sqrt{2}$

問 2

(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)
$8x+17$	$(x+4)(x-4)$	$x=\dfrac{7\pm\sqrt{13}}{6}$	$n=$ 14
(オ)	**(カ)**	**(キ)**	**(ク)**
$a=$ -18 ，$b=$ 0	7	94.5 g	△BGI：△EHI ＝ 8 ： 9

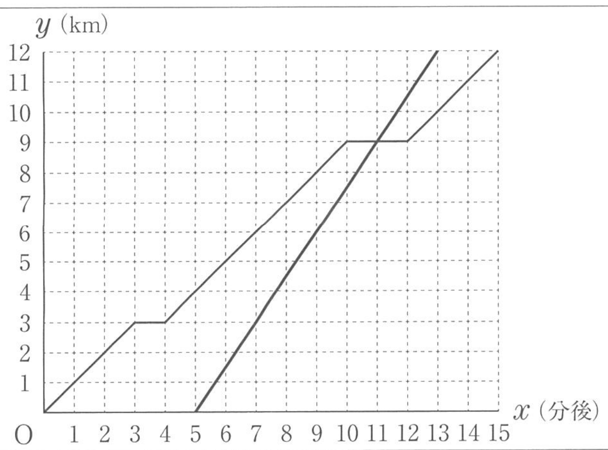
問 3

(ア)	(イ)	(ウ)
$a=\dfrac{2}{3}$	$y=-\dfrac{2}{3}x-2$	E $\left(\dfrac{21}{8}, \dfrac{15}{4}\right)$

問 4

(ア)	(イ)	(ウ)
$\dfrac{1}{7}$	$\dfrac{4}{7}$	$\dfrac{5}{21}$

問 5

(ア)	(イ)	(ウ)
2 分間		$\dfrac{26}{5}$ 分後

問 6

(ア)	(イ)	(ウ)
84 cm²	7 cm	$\dfrac{4\sqrt{33}}{9}$ cm

問 7

［証明］

△ABC と△DFE において，

まず，$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいから，

∠ACB＝∠AEB

よって，∠ACB＝∠DEF　……①

次に，線分 CE を引くと，$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は等しいから，

∠BAC＝∠BEC　……②

また，△ACE において，

点 D は辺 AC の中点，点 F は辺 AE の中点であるから，中点連結定理より，

CE // DF　……③

③より，平行線の錯角は等しいから，

∠CED＝∠FDE

よって，∠BEC＝∠FDE　……④

②，④より，

∠BAC＝∠FDE　……⑤

①，⑤より，2 組の角がそれぞれ等しいから，

△ABC ∽△DFE

正答例。

問	配　点
1	各 3 点 計 12 点
2	各 4 点 計 32 点
3	各 4 点 計 12 点
4	各 4 点 計 12 点
5	(ア) 2 点 (イ)，(ウ) 各 4 点 計 10 点
6	各 4 点 計 12 点
7	10 点
計	100 点

採点上の注意

1　中間点は，**問7**以外には設けないこと。

2　**問7**については，6に示した採点基準以外の疑問点は，減点の設定等を含め複数の採点者によって判断し，校内で統一すること。

3　正の数については，＋の符号をつけても可とする。

4　多項式の項の順序，積の順序は入れかわっても可とする。

5　有限小数で表される分数は小数で表しても可とする。循環小数になるものを有限小数で表したり，「…」を用いて表したものは不可とする。仮分数は帯分数で表しても可とする。

6　**問7**については，以下の採点基準とする。

△ABCと△DFEにおいて，

Ⅰ

まず，$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいから，

$\angle ACB = \angle AEB$

よって，$\angle ACB = \angle DEF$　……　①

Ⅱ

次に，線分CEを引くと，$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいから，

$\angle BAC = \angle BEC$　……　②

また，△ACEにおいて，

点Dは辺ACの中点，点Fは辺AEの中点であるから，中点連結定理より，

$CE \parallel DF$　……　③

③より，平行線の錯角は等しいから，

$\angle CED = \angle FDE$

よって，$\angle BEC = \angle FDE$　……　④

②，④より，

$\angle BAC = \angle FDE$　……　⑤

Ⅲ

①，⑤より，2組の角がそれぞれ等しいから，

$\triangle ABC \backsim \triangle DFE$

＊証明に必要な2組の角がそれぞれ等しくなる理由と結論，2つの三角形が相似になる理由と結論が正しく記述されていることを基準として採点すること。

(1)　Ⅰの $\boxed{\quad}$ は理由と結論が正しく記述されていて，2点を与える。

(2)　Ⅱの $\boxed{\quad}$ は理由と結論が正しく記述されていて，6点を与える。ただし，「中点連結定理」という語句が用いられていなくても可とする。

(3)　Ⅲの $\boxed{\quad}$ は，(1)，(2)に基づいて理由と結論が正しく記述されていて，2点を与える。

(4)　間違った式等が記述されていた場合，証明に不必要であっても減点する。

(5)　正答例以外の証明については，この採点基準に準じて点を与える。