変化の割合　総まとめ

x の増加量に対する y の増加量の割合，つまり式で表すと $\dfrac{(\qquad\qquad)}{(\qquad\qquad)}$

のことを（　**変化の割合**　）といいます。

つまり，x の値が 1 増加するときに y の値がいくつ増加するかを表しています。
1 コイッテ　〇アガル　ですね。
あるいは，y の増加量が x の増加量の何倍にあたるかを表しているとも考えられます。

(ア) 関数 $y = 3x + 1$ において，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

1 次関数 $y = a x + b$ では，変化の割合は**いつも一定**で傾き a に等しくなります。

(イ) 関数 $y = 3x^2$ について，x の値が $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

2次関数 や **反比例** のグラフは直線ではないので，変化の割合は**一定ではありません**。
2次関数においては，文字を使ってまとめてみると，公式ができます。
$y = a x^2$ において x の値が $\boxed{m}$ から $\boxed{n}$ まで増加するときを考えると，

x	m	n
y	am^2	an^2

$$\frac{an^2 - am^2}{n-m} = \frac{a(n+m)(n-m)}{n-m} = a\left(\boxed{n} + \boxed{m}\right)$$

(ウ) 関数 $y = a x^2$ について、x の値が $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ まで増加するときの変化の割合が -2 であった。このとき、a の値を求めなさい。

変化の割合　総まとめ

1次関数 $y = a\ x + b$ では，変化の割合は**いつも一定**で傾き a に等しくなります。

2次関数 や **反比例** のグラフは直線ではないので，変化の割合は**一定ではありません**。

2次関数 においては，文字を使ってまとめてみると，公式ができます。

$y = a x^2$ において x の値が $\boxed{m}$ から $\boxed{n}$ まで増加するときを考えると，

x	m	n
y	am^2	an^2

$$\frac{an^2 - am^2}{n-m} = \frac{a(n+m)(n-m)}{n-m} = a(\boxed{n} + \boxed{m})$$

(ｱ) 関数 $y = 3x + 1$ において，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

計算をしても出すことはできますが，
変化の割合はどこの変域でも一定なので，傾きの 3 を見て 3 と答えましょう。

Ans. 3

(ｲ) 関数 $y = 3x^2$ について，x の値が $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

（公式で）　変化の割合 $= (\boxed{1} + \boxed{4}) \times 3 = 15$

（計算で）　$y = 3x^2$

x	1	4
y	3	48

$$\text{変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{48-3}{4-1} = \frac{45}{3} = 15$$

Ans. 15　　(03)

(ｳ) 関数 $y = a x^2$ について、x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合が -2 であった。このとき、a の値を求めなさい。

（公式で）$(\boxed{1} + \boxed{4}) \times a = -2$ より　$5a = -2$　$a = -\frac{2}{5}$　(23)

（計算で）$y = a x^2$

x	1	4
y	a	$16a$

$$\text{変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{16a - a}{4-1} = \frac{15a}{3} = 5a \qquad 5a = -2 \qquad a = -\frac{2}{5}$$

変化の割合　総まとめ

x の増加量に対する y の増加量の割合，つまり式で表すと $\dfrac{(\ \textbf{$y$ の増加量}\ )}{(\ \textbf{x の増加量}\ )}$

のことを（　**変化の割合**　）といいます。

つまり，x の値が 1 増加するときに y の値がいくつ増加するかを表しています。
1 コイッテ　〇アガル　ですね。
あるいは，y の増加量が x の増加量の何倍にあたるかを表しているとも考えられます。

(ア) 関数 $y = 3x + 1$ において，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(イ) 関数 $y = ax + 1$ において，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(ウ) 関数 $y = 2x^2$ において，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(エ) 関数 $y = ax^2$ において，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(オ) 反比例 $y = \dfrac{6}{x}$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

変化の割合　おぷりんと１

(　　)組(　　　)番　氏名(　　　　　　　　　　　)

問. 次の各問いに答えなさい。

(ｱ) 関数 $y=\frac{3}{4}x-5$ において，x の値が -3 から -1 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(ｲ) 関数 $y=-2x^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(ｳ) 反比例 $y=\frac{12}{x}$ について、x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(ｴ) 関数 $y=ax^2$ について、x の値が -4 から -2 まで増加するときの変化の割合が 2 であった。このとき、a の値を求めなさい。

(ｵ) x の値が 1 から 3 まで増加するとき，２つの関数 $y=ax^2$ と $y=3x$ の変化の割合が等しくなるような a の値を求めなさい。

変化の割合　おぷりんと１

(ｱ) $y=\frac{3}{4}x-5$ の傾きは $\frac{3}{4}$ なので　　　*Ans*.　変化の割合は $\frac{3}{4}$

(ｲ) (15)　$y=-2x^2$ について，x の値が $\boxed{1}$ から $\boxed{3}$ まで増加するとき

（公式で）　変化の割合 $=-2\times(\boxed{1}+\boxed{3})=-8$

（計算で）　$y=-2x^2$

x	1	3
y	-2	-18

$$\text{変化の割合}=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{-18-(-2)}{3-1}=\frac{-16}{2}=-8$$

Ans.　変化の割合は -8

(ｳ) 反比例なので計算をします

x	1	4
y	12	3

$$\frac{3-12}{4-1}=\frac{-9}{3}$$

Ans. 変化の割合は　-3

(ｴ) (20)　$y=ax^2$ について、x の値が $\boxed{-4}$ から $\boxed{-2}$ まで増加するとき

（公式で）　変化の割合 $=\{(\boxed{-4})+(\boxed{-2})\}\times a=-6a$

（計算で）　$y=ax^2$

x	-4	-2
y	$16a$	$4a$

$$\text{変化の割合}=\frac{4a-16a}{-2-(-4)}=\frac{-12a}{2}=-6a$$

$-6a=2$ を解いて　$a=-\frac{1}{3}$

Ans.　$a=-\frac{1}{3}$

(ｵ) (19)　x の値が $\boxed{1}$ から $\boxed{3}$ まで増加するとき，

$y=3x$ の変化の割合は，（一定なので）　3　…　①

$y=ax^2$ の変化の割合は，

（公式で）　$(\boxed{1}+\boxed{3})\ a=4a$　…　②

（計算で）　$y=ax^2$

x	1	3
y	a	$9a$

$$\text{変化の割合}=\frac{9a-a}{3-1}=\frac{8a}{2}=4a$$　…　②

①と②が等しくなるので　$4a=3$ を解いて　$a=\frac{3}{4}$　　　*Ans*.　$a=\frac{3}{4}$

変化の割合　おぷりんと２

（　　）組（　　　）番　氏名（　　　　　　　　　　　）

問．次の各問いに答えなさい。

(ｱ) 関数 $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ について，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(ｲ) 関数 $y=\dfrac{1}{3}x^2$ について、x の値が－ 4 から－ 1 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(ｳ) x の値が－ 3 から－ 1 まで増加するとき、２つの関数 $y=ax$ と $y=x^2$ の変化の割合が等しくなるような a の値を求めなさい。

(ｴ) 関数 $y=ax^2$ について，x の値が－ 3 から－ 1 まで増加するときの変化の割合が－ 12 であった。このとき，a の値を求めなさい。

(ｵ) 関数 $y=x^2$ について，x の値が a から $a+2$ まで増加したときの変化の割合が－ 8 である。a の値を求めなさい。

変化の割合　おぷりんと２

(ｱ) (22) $y = -\frac{1}{2}x^2$ について，x の値が $\boxed{2}$ から $\boxed{4}$ まで増加するとき

（公式で）　変化の割合＝($\boxed{2}$ ＋ $\boxed{4}$)×$\left(-\frac{1}{2}\right)$＝－３

（計算で）

x	2	4
y	－２	－８

変化の割合＝$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{-8-(-2)}{4-2}=\frac{-6}{2}=-3$　　***Ans.***　変化の割合は－３

(ｲ) $y = \frac{1}{3}x^2$ について、x の値が $\boxed{-4}$ から $\boxed{-1}$ まで増加するとき

（公式で）　変化の割合＝｛($\boxed{-4}$)＋($\boxed{-1}$)｝× $\frac{1}{3}$　　***Ans.***　変化の割合は$-\frac{5}{3}$

(ｳ) (10)　x の値が $\boxed{-3}$ から $\boxed{-1}$ まで増加するとき，

$y = ax$ の変化の割合は　（一定なので）　a　… ①

$y = x^2$ の変化の割合は　（公式で）｛($\boxed{-3}$)＋($\boxed{-1}$)｝× 1 ＝ －４　… ②

（計算で）

x	－３	－１
y	9	1

$\frac{1-9}{-1-(-3)}=\frac{-8}{2}=-4$ …　②　　①と②が等しいので　a ＝－４　　***Ans.***　a ＝－４

(ｴ) (17)　$y = a x^2$ について，x の値が $\boxed{-3}$ から $\boxed{-1}$ まで増加するとき

（公式で）　変化の割合＝｛($\boxed{-1}$)＋($\boxed{-3}$)｝× a ＝－ $4a$

（計算で）　$y = ax^2$

x	－３	－１
y	$9a$	a

$\frac{a-9a}{-1-(-3)}=\frac{-8a}{2}=-4a$　　－ $4a$ ＝－ 12　より　a ＝ 3　　***Ans.***　a ＝ 3

(ｵ) (2012長野)　$y = x^2$ について，x の値が $\boxed{a}$ から $\boxed{a+2}$ まで増加したときの変化の割合

（公式で）　変化の割合＝｛ $\boxed{a}$ ＋($\boxed{a+2}$)｝× 1 ＝ $2a$ ＋ 2

$2a$ ＋ 2 ＝－ 8　より　$2a$ ＝－ 10　　a ＝－ 5　　***Ans.***　a ＝－ 5

変化の割合　おぷりんと３

(　　)組(　　　)番　氏名(　　　　　　　　　　　)

問. 次の各問いに答えなさい。

(ｱ) x の値が 1 から 4 まで増加するとき，2 つの関数 $y = ax^2$ と $y = 2x$ の変化の割合が等しくなるような a の値を求めなさい。

(ｲ) 関数 $y = 2x^2$ について，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(ｳ) 関数 $y = -\dfrac{1}{2}x^2$ について、x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(ｴ) 関数 $y = ax^2$ について、x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合が 8 である。このとき、a の値を求めなさい。

変化の割合　おぷりんと３

(ｱ) (26) x の値が $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ まで増加するとき

$y = 2x$ の変化の割合は（一定なので）　2　… ①

$y = a x^2$ の変化の割合は（公式で）（$\boxed{1} + \boxed{4}$）× a $= 5a$　… ②

（計算で）　$y = ax^2$

x	1	4
y	a	$16a$

変化の割合 $= \dfrac{16a - a}{4 - 1} = \dfrac{15a}{3} = 5a$　… ②

①と②が等しいので　$5a = 2$　より　$a = \dfrac{2}{5}$　***Ans.***　$a = \dfrac{2}{5}$

(ｲ) (25) $y = 2 x^2$ について，x の値が $\boxed{2}$ から $\boxed{4}$ まで増加するとき

（公式で）　変化の割合 $=$ （$\boxed{2} + \boxed{4}$）× 2 $=$ 12

（計算で）　$y = 2x^2$

x	2	4
y	8	32

変化の割合 $= \dfrac{32 - 8}{4 - 2} = \dfrac{24}{2} = 12$　***Ans.***　変化の割合は 12

(ｳ) (7)　$y = -\dfrac{1}{2} x^2$ について、x の値が $\boxed{2}$ から $\boxed{4}$ まで増加するとき

（公式で）　変化の割合 $= -\dfrac{1}{2}$ ×（$\boxed{2} + \boxed{4}$）$= -3$

（計算で）

x	2	4
y	-2	-8

変化の割合 $= \dfrac{-8-(-2)}{4-2} = \dfrac{-6}{2} = -3$　***Ans.***　変化の割合は -3

(ｴ) (5)　$y = a x^2$ について、x の値が $\boxed{1}$ から $\boxed{3}$ まで増加するとき

（公式で）　（$\boxed{1} + \boxed{3}$）× a $= 4a$

（計算で）　$y = ax^2$

x	1	3
y	a	$9a$

変化の割合 $= \dfrac{9a - a}{3 - 1} = \dfrac{8a}{2} = 4a$　$4a = 8$　より　$a = 2$　***Ans.***　$a = 2$

変化の割合　おぷりんと４

(　　)組(　　　)番　氏名(　　　　　　　　　　　)

問. 次の各問いに答えなさい。

(ｱ) 関数 $y = 2x^2$ について、x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(ｲ) 関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ について，x の値が 6 から 9 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(ｳ) 関数 $y = ax^2$ について，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合が -15 である。このとき，a の値を求めなさい。

(ｴ) x の値が 1 から 3 まで増加するとき、2 つの関数 $y = ax^2$ と $y = 2x$ の変化の割合が等しくなるような a の値を求めなさい。

変化の割合　おぷりんと４

(ｱ)（2008栃木） $y=2x^2$について、xの値が $\boxed{1}$ から $\boxed{3}$ まで増加するとき，

変化の割合は(公式で)　($\boxed{1}$ + $\boxed{3}$)× 2 ＝ 8

（計算で）　$y=2x^2$

x	1	3
y	2	18

変化の割合 ＝ $\dfrac{18-2}{3-1}=\dfrac{16}{2}=8$　　***Ans.***　変化の割合は 8

(ｲ)（2015東京） $y=\dfrac{1}{3}x^2$ について，xの値が $\boxed{6}$ から $\boxed{9}$ まで増加するとき，

変化の割合は(公式で)　($\boxed{6}$ + $\boxed{9}$)× $\dfrac{1}{3}$ ＝ 5

（計算で）

x	6	9
y	12	27

変化の割合 ＝ $\dfrac{27-12}{9-6}=\dfrac{15}{3}=5$　　***Ans.***　変化の割合は 5

(ｳ)（2015福島） $y=ax^2$ について，xの値が $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ まで増加するとき，

変化の割合は（公式で）　($\boxed{1}$ + $\boxed{4}$)× a ＝ $5a$

（計算で）　$y=ax^2$

x	1	4
y	a	$16a$

変化の割合＝$\dfrac{16a-a}{4-1}=\dfrac{15a}{3}=5a$　　$5a=-15$　より　$a=-3$　　***Ans.***　$a=-3$

(ｴ)（ 8）xの値が $\boxed{1}$ から $\boxed{3}$ まで増加するとき

$y=2x$ の変化の割合は　　2　…　①
$y=ax^2$の変化の割合は(公式で)（ $\boxed{1}$ + $\boxed{3}$)× a ＝ $4a$　…　②

（計算で）　$y=ax^2$

x	1	3
y	a	$9a$

変化の割合＝$\dfrac{9a-a}{3-1}=\dfrac{8a}{2}=4a$　　①と②が等しいので　　$4a=2$　より　$a=\dfrac{1}{2}$