

二次方程式 総まとめ

()組()番 氏名()

二次方程式の解き方

① 平方根の性質を利用して解く

$x^2 = \text{数字}$ の形

(7) $4x^2 = 100$

(イ) $(x + 4)^2 = 6$

② 解の公式を利用して解く

$$ax^2 + bx + c = 0$$

(7) $2x^2 - 7x + 1 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

③ 因数分解を利用して解く 多項式を因数の積で表し、 $0 \times m = 0$ を利用

(エ) $x^2 + 7x = 0$

(オ) $x^2 + 5x - 24 = 0$

(カ) $x^2 - 18x + 81 = 0$

(キ) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

二次方程式 総まとめ

()組()番 氏名()

二次方程式の解き方

① 平方根の性質を利用して解く

$$\begin{aligned}(7) \quad 4x^2 &= 100 \\ x^2 &= 25 \\ x &= \pm 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(イ) \quad (x+4)^2 &= 6 \\ x+4 &= \pm\sqrt{6} \\ x &= -4 \pm\sqrt{6}\end{aligned}$$

② 解の公式を利用して解く

$$\begin{aligned}ax^2 + bx + c &= 0 \\ x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(ウ)(26) \quad 2x^2 - 7x + 1 &= 0 \\ x &= \frac{7 \pm \sqrt{49 - 8}}{4} \\ &= \frac{7 \pm \sqrt{41}}{4}\end{aligned}$$

③ 因数分解を利用して解く 多項式を因数の積で表し、 $0 \times m = 0$ を利用

$$\begin{aligned}(エ) \quad x^2 + 7x &= 0 \\ x(x+7) &= 0 \\ x &= 0, -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(オ) \quad x^2 + 5x - 24 &= 0 \\ (x-3)(x+8) &= 0 \\ x &= 3, -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(カ) \quad x^2 - 18x + 81 &= 0 \\ (x-9)^2 &= 0 \\ x &= 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(キ) \quad 4x^2 + 12x + 9 &= 0 \\ (2x+3)^2 &= 0 \\ x &= -\frac{3}{2}\end{aligned}$$

(*)

$$\begin{aligned}2x + 3 &= 0 \\ 2x &= -3 \\ x &= -\frac{3}{2}\end{aligned}$$

二次方程式 おぷりんと 1

()組()番 氏名()

問. 次の方程式を解きなさい。

(ア) $x^2 = 36$

(イ) $x^2 = 11$

(ウ) $x^2 = 27$

(エ) $(x - 1)^2 = 15$

(オ) $(x + 5)^2 = 18$

(カ) $5x^2 - 3x - 1 = 0$

(キ) $3x^2 - 7x + 1 = 0$

(ク) $2x^2 - 5x + 1 = 0$

(ケ) $3x^2 - 15x = 0$

(コ) $x^2 - 6x + 9 = 0$

(ク) $x^2 - x - 12 = 0$

二次方程式 おぶりと 1

$$\begin{aligned}(\text{ア}) \quad x^2 &= 36 \\ x &= \pm 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{イ}) \quad x^2 &= 11 \\ x &= \pm \sqrt{11}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{ウ}) \quad x^2 &= 27 \\ x &= \pm 3\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{エ}) \quad (23) \quad (x-1)^2 &= 15 \\ x-1 &= \pm \sqrt{15} \\ x &= 1 \pm \sqrt{15}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{オ}) \quad (x+5)^2 &= 18 \\ x+5 &= \pm \sqrt{18} \\ x &= -5 \pm 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{カ}) \quad (27) \quad (14) \quad 5x^2 - 3x - 1 &= 0 \\ x &= \frac{3 \pm \sqrt{9+20}}{10} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{29}}{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{キ}) \quad (13) \quad 3x^2 - 7x + 1 &= 0 \\ x &= \frac{7 \pm \sqrt{49-12}}{6} \\ &= \frac{7 \pm \sqrt{37}}{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{ク}) \quad (24) \quad (7) \quad 2x^2 - 5x + 1 &= 0 \\ x &= \frac{5 \pm \sqrt{25-8}}{4} \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{ケ}) \quad 3x^2 - 15x &= 0 \\ 3x(x-5) &= 0 \\ x &= 0, 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{コ}) \quad x^2 - 6x + 9 &= 0 \\ (x-3)^2 &= 0 \\ x &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{ク}) \quad x^2 - x - 12 &= 0 \\ (x-4)(x+3) &= 0 \\ x &= 4, -3\end{aligned}$$

二次方程式 おぷりんと 2

()組()番 氏名()

問. 次の方程式を解きなさい。

(ア) $2x^2 = 12$

(イ) $x^2 - 8 = 0$

(ウ) $3x^2 - 5 = 0$

(エ) $x^2 - 5x = 5$

(オ) $2x^2 - 3x - 4 = 0$

(カ) $x^2 + 3x - 5 = 0$

(キ) $3x^2 + 7x + 1 = 0$

(ク) $x^2 - 9 = 0$

(ケ) $x^2 - 5x - 6 = 0$

(コ) $8x^2 = 4x$

二次方程式 おぶりと 2

$$(7) 2x^2 = 12$$

$$x^2 = 6$$

$$x = \pm \sqrt{6}$$

$$(イ) x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$(ウ) 3x^2 - 5 = 0$$

$$3x^2 = 5$$

$$x^2 = \frac{5}{3}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{5}{3}}$$

分母の有理化

$$x = \pm \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{15}}{3}$$

$$(エ) (05) x^2 - 5x = 5$$

$$x^2 - 5x - 5 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 20}}{2}$$

$$= \frac{5 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

$$(オ) 2x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 32}}{4}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$(カ) (2011香川) x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 20}}{2}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$(キ) (2011埼玉) 3x^2 + 7x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 12}}{6}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$$

$$(ク) x^2 - 9 = 0$$

$$(x + 3)(x - 3) = 0$$

$$x = -3, 3$$

$$(ケ) x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x - 6)(x + 1) = 0$$

$$x = 6, -1$$

$$(コ) 8x^2 = 4x$$

$$8x^2 - 4x = 0$$

$$4x(2x - 1) = 0$$

$$x = 0, \frac{1}{2}$$

$$(*) 2x - 1 = 0$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

二次方程式 おぶりんと3

()組()番 氏名()

問1. 次の方程式を解きなさい。

(ア) $x(x+2)=24$

(イ) $x^2=8x-12$

(ウ) $(x+1)(x-2)-4=0$

ポイント：① 解と聞いたらすぐ代入する方法
② 因数分解ができて解が求められたと考え、係数から解く方法

問1. 次の各問いに答えなさい。

(ア) 2次方程式 $x^2+ax-10=0$ の解の1つが5のとき、 a の値ともう1つの解を求めなさい。

(イ) 2次方程式 $x^2-4x-2a=0$ の解の1つが $x=-2$ であるとき、 a の値ともう1つの解を求めなさい。

(ウ) 2次方程式 $(x-1)^2=ax+3$ の解の1つが -2 であるのとき、 a の値を求めなさい。
また、もう1つの解を求めなさい。

二次方程式 おぶりんと3

問1.

(ア) (01)

$$x(x+2)=24$$

$$x^2+2x-24=0$$

$$(x-4)(x+6)=0$$

$$x=4, -6$$

(イ) (62)

$$x^2=8x-12$$

$$x^2-8x+12=0$$

$$(x-2)(x-6)=0$$

$$x=2, 6$$

(ウ) (02)

$$(x+1)(x-2)-4=0$$

$$x^2-x-6=0$$

$$(x-3)(x+2)=0$$

$$x=3, -2$$

問2.

(ア) ① $x=5$ を代入して $25+5a-10=0$ $5a=-15$ $a=-3$
 $x^2-3x-10=0$ と式が分かったので、解くには
左辺を因数分解して $(x-5)(x+2)=0$ もう1つの解は $x=-2$

② 解の1つが5なので、 $x^2+ax-10=0$
 $(x-5)(x+2)=0$ となるはず
左辺を展開すると、 $x^2-3x-10=0$ になるので、 $a=-3$,
もう1つの解は $x=-2$

(イ) ① $x=-2$ を代入して $4+8-2a=0$ $-2a=-12$ $a=6$
 $x^2-4x-12=0$ と式が分かったので、解くには
左辺を因数分解して $(x-6)(x+2)=0$ もう1つの解は $x=6$

② 解の1つが $x=-2$ なので、 $x^2-4x-2a=0$
 $(x+2)(x-6)=0$ となるはず
左辺を展開すると、 $x^2-4x-12=0$ になるので、 $a=6$,
もう1つの解は $x=6$

(ウ) ① $x=-2$ を代入して、 $9=-2a+3$ $2a=-6$ $a=-3$
 $(x-1)^2=-3x+3$ と分かったので、整理すると $x^2+x-2=0$
因数分解して $(x-1)(x+2)=0$ もう1つの解は $x=1$

② まず、整理整頓してまとめると
 $(x-1)^2=ax+3$
 $x^2-2x-ax+1-3=0$
 $x^2-(2+a)x-2=0$ の解の1つが -2 なので
 $(x-1)(x+2)=0$ となるので、もう1つの解は $x=1$
これを展開して
 $x^2+x-2=0$ $-(2+a)=1$ を解いて
 $-2-a=1$
 $-a=3$
 $a=-3$

二次方程式 おぶりんと4

()組()番 氏名()

問1. 次の方程式を解きなさい。

(ア) $x^2 + 5x + 2 = 0$

(イ) $2x^2 + 7x + 1 = 0$

問2. 次の各問いに答えなさい。

(ア) 2次方程式 $x^2 - nx + 12 = 0$ の2つの解が、どちらも正の整数となるとき、 n の値をすべて求めなさい。

(イ) 2次方程式 $x^2 - (a - b)x + b = 0$ の解が $-2, 1$ であるとき、 a, b の値を求めなさい。

(ウ) 2次方程式 $x^2 - x - 2 = 0$ の2つの解をそれぞれ3倍した数が、
2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解であるとき、定数 a, b の値を求めよ。

二次方程式 おぶりんと4

問1.

(ア) (2014宮城)

$$x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

(イ) (2014山梨)

$$2x^2 + 7x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{4}$$

問2.

ポイント：① 解と聞いたらすぐ代入する方法
 ② 因数分解ができて解が求められたと考え、係数から解く方法

(ア) 方法②

2つの解が、どちらも正の整数となるには、負の整数同士かけて+12になればよい

$$(x-1)(x-12)=0 \quad (x-2)(x-6)=0 \quad (x-3)(x-4)=0$$

$$x^2 - 13x + 12 = 0 \quad x^2 - 8x + 12 = 0 \quad x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$n = 7, 8, 13$$

(イ) 方法②

$x = -2, 1$ なので $(x+2)(x-1) = 0$ となるはず

左辺を展開すると、 $x^2 + x - 2 = 0$

$x^2 - (a-b)x + b = 0$ より $b = -2$ ① また、 $-(a-b) = 1$ ② となる

①を②に代入すると $-(a+2) = 1$ $a+2 = -1$ $a = -3$

方法①

$x = -2$ を代入して $4 + 2(a-b) + b = 0$ ①

$x = 1$ を代入して $1 - (a-b) + b = 0$ ②

これを連立方程式として解くと

$$\text{①より} \quad 2a - b = -4 \quad \text{①}'$$

$$\text{①}' \times 2 \quad 4a - 2b = -8$$

$$\text{②より} \quad \begin{array}{r} +) -a + 2b = -1 \\ \hline 3a \quad = -9 \\ a \quad = -3 \end{array}$$

$$3a = -9$$

$$a = -3$$

これを①に代入して $b = -2$

(ウ) 方法②

$x^2 - x - 2 = 0$ $(x-2)(x+1) = 0$ より $x = 2, -1$

これを3倍した数は、 $x = 6, -3$ これを解にするには、 $(x-6)(x+3) = 0$

展開すると、 $x^2 - 3x - 18 = 0$ これが $x^2 + ax + b = 0$ となるので

$$a = -3, b = -18$$

二次方程式 おぷりんと5

()組()番 氏名()

問. 次の方程式を解きなさい。

(ア) $(x - 3)^2 = 10$

(イ) $(x - 2)^2 = 17$

(ウ) $3x^2 - 7x + 3 = 0$

(エ) $3x^2 - x - 1 = 0$

(オ) $x^2 - 5x + 3 = 0$

(カ) $2x^2 + 7x + 4 = 0$

二次方程式 おぶりんと5

(ア) (19)

$$\begin{aligned}(x-3)^2 &= 10 \\ x-3 &= \pm\sqrt{10} \\ x &= 3 \pm\sqrt{10}\end{aligned}$$

(イ) (18)

$$\begin{aligned}(x-2)^2 &= 17 \\ x-2 &= \pm\sqrt{17} \\ x &= 2 \pm\sqrt{17}\end{aligned}$$

(ウ) (28) $3x^2 - 7x + 3 = 0$ $a = 3, b = -7, c = 3$ を解の公式に代入する

$$\begin{aligned}x &= \frac{7 \pm \sqrt{49 - 36}}{6} \\ &= \frac{7 \pm \sqrt{13}}{6}\end{aligned}$$

(エ) (25) $3x^2 - x - 1 = 0$ $a = 3, b = -1, c = -1$ を解の公式に代入する

$$\begin{aligned}x &= \frac{1 \pm \sqrt{1 + 12}}{6} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}\end{aligned}$$

(オ) (12) $x^2 - 5x + 3 = 0$ $a = 1, b = -5, c = 3$ を解の公式に代入する

$$\begin{aligned}x &= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 12}}{2} \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}\end{aligned}$$

(カ) (11) $2x^2 + 7x + 4 = 0$ $a = 2, b = 7, c = 4$ を解の公式に代入する

$$\begin{aligned}x &= \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 32}}{4} \\ &= \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{4}\end{aligned}$$

二次方程式 おぶりんと6

()組()番 氏名()

問1. 次の方程式を解きなさい。

(ア) $(x+4)(x-3)=3(x+1)$

(イ) $(x+2)^2=3x+5$

問2. 次の各問いに答えなさい。

(ア) 2次方程式 $x^2 + ax - 3a = 0$ の1つの解が2のとき、もう一つの解を求めなさい。

(イ) 2次方程式 $x^2 + 3ax = 6$ の1つの解が $x = 2$ であるとき、 a の値を求めなさい。

(ウ) $x = -1$ が $x^2 + ax + 2 = 0$ の解であるとき、他の解を求めよ。

二次方程式 おぶりんと6

問1.

(ア) (2014大分)

$$(x+4)(x-3)=3(x+1)$$

$$x^2+x-12=3x+3$$

$$x^2-2x-15=0$$

$$(x+3)(x-5)=0$$

$$x = -3, 5$$

(イ) (2014長崎)

$$(x+2)^2=3x+5$$

$$x^2+4x+4=3x+5$$

$$x^2+x-1=0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

問2.

ポイント：① 解と聞いたらすぐ代入する方法

② 因数分解ができて解が求められたと考え、係数から解く方法

(ア) (4) $x = -6$

方法①

$x^2 + ax - 3a = 0$ に $x = 2$ を代入すると

$$4 + 2a - 3a = 0 \quad -a = -4 \quad a = 4$$

これを最初の式に代入すると $x^2 + 4x - 12 = 0$

因数分解して $(x+6)(x-2) = 0$ $x = -6, 2$ もう一つの解は $x = -6$

(イ) (63) $a = \frac{1}{3}$

方法①

$x^2 + 3ax = 6$ の $x = 2$ を代入すると

$$4 + 6a = 6 \quad 6a = 2 \quad a = \frac{1}{3}$$

方法②

$$x^2 + 3ax = 6$$

$x^2 + 3ax - 6 = 0$ 解の1つが2なので、 $(x-2)(x+3) = 0$ となるはず

左辺を展開すると、 $x^2 + x - 6 = 0$ したがって、 $3a = 1$ $a = \frac{1}{3}$

(ウ) (57) $a = 3, x = -2$

方法①

$x^2 + ax + 2 = 0$ に $x = -1$ を代入すると

$$1 - a + 2 = 0 \quad -a = -3 \quad a = 3$$

これを最初の式に代入すると $x^2 + 3x + 2 = 0$

因数分解して $(x+1)(x+2) = 0$ $x = -1, -2$ もう一つ(他)の解は $x = -2$

方法②

$x^2 + ax + 2 = 0$ 解の1つが-1なので、 $(x+2)(x+1) = 0$ となるはず

したがって、もう一つ(他)の解は $x = -2$

二次方程式 おぷりんと7

()組()番 氏名()

問. 次の方程式を解きなさい。

(ア) $(x + 5)^2 = 7$

(イ) $(x - 6)^2 = 5$

(ウ) $3x^2 + x - 1 = 0$

(エ) $2x^2 - 3x - 1 = 0$

(オ) $x^2 + 3x - 2 = 0$

(カ) $x^2 - 4x - 2 = 0$

二次方程式 おぶりんと7

(7) (22)

$$\begin{aligned}(x + 5)^2 &= 7 \\ x + 5 &= \pm\sqrt{7} \\ x &= -5 \pm\sqrt{7}\end{aligned}$$

(イ) (21)

$$\begin{aligned}(x - 6)^2 &= 5 \\ x - 6 &= \pm\sqrt{5} \\ x &= 6 \pm\sqrt{5}\end{aligned}$$

(ウ) (10)

$$\begin{aligned}3x^2 + x - 1 &= 0 & a = 3, b = 1, c = -1 \text{ を解の公式に代入する} \\ x &= \frac{-1 \pm \sqrt{1+12}}{6} \\ &= \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6}\end{aligned}$$

(エ) (9)

$$\begin{aligned}2x^2 - 3x - 1 &= 0 & a = 2, b = -3, c = -1 \text{ を解の公式に代入する} \\ x &= \frac{3 \pm \sqrt{9+8}}{4} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}\end{aligned}$$

(オ) (6)

$$\begin{aligned}x^2 + 3x - 2 &= 0 & a = 1, b = 3, c = -2 \text{ を解の公式に代入する} \\ x &= \frac{-3 \pm \sqrt{9+8}}{2} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}\end{aligned}$$

(カ) (15)

$$\begin{aligned}x^2 - 4x - 2 &= 0 & x &= \frac{4 \pm \sqrt{16+8}}{2} \\ & & &= \frac{4 \pm \sqrt{24}}{2} \\ & & &= \frac{4 \pm 2\sqrt{6}}{2} \\ & & &= 2 \pm \sqrt{6}\end{aligned}$$