

平方根の性質 総まとめ

()組()番 氏名()

- ① n の平方根とは、2 乗したら n になる数のことです
9 の平方根は、 ± 3 7 の平方根は、 $\pm\sqrt{7}$
- ② $(\sqrt{n})^2 = n$ $(-\sqrt{n})^2 = n$
- ③ $\sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3} = 2 \times 3$ $\sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5} = 2 \times 3 \times \sqrt{5}$
- ④ $\sqrt{\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}{5}} = 2 \times 3$
- ⑤ $\sqrt{16} = 4$ $-\sqrt{25} = -5$ $\pm\sqrt{36} = \pm 6$

問. 次の各問いに答えなさい。

(ア) $2\sqrt{7}$ より小さい正の整数をすべて求めなさい。

(イ) $\sqrt{56n}$ が整数となるような自然数 n のうち、最も小さいものを求めなさい。

(ウ) $\sqrt{10-n}$ の値が自然数となるような、自然数 n は何個ありますか。

平方根の性質 総まとめ

問. 次の各問いに答えなさい。

(ア) $2\sqrt{7}$ より小さい正の整数をすべて求めなさい。

「2乗するか」, 「ルートの中に入れるか」, 同じ世界の中で調べる!!

$$\text{正の整数} < 2\sqrt{7}$$

両辺を2乗すると

$$(\text{正の整数})^2 < 28 \quad 2 \text{ 乗して } 28 \text{ 未満になる正の整数は, } 1, 2, 3, 4, 5$$

$$\text{Ans. } 1, 2, 3, 4, 5$$

(イ) $\sqrt{56n}$ が整数となるような自然数 n のうち, 最も小さいものを求めなさい。(2004香川)

素因数分解をして, (素数)²の形になるように, 必要な素数 2×7 をかける

$$\sqrt{56n} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times n} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 2 \times 7} = 2 \times 2 \times 7$$

この問題においては, $\sqrt{56n} = 2\sqrt{14n}$ とするのも分かりやすい

$$\text{Ans. } n = 2 \times 7 = 14$$

(ウ) $\sqrt{10-n}$ の値が自然数となるような, 自然数 n は何個ありますか。(2004沖縄)

$10-n$ の値が(自然数)²になる場合を 順に調べていく!!

$$n = 1 \text{ のとき, } \sqrt{10-1} = \sqrt{9} = 3$$

$$n = 2 \text{ のとき, } \sqrt{10-6} = \sqrt{4} = 2$$

$$n = 3 \text{ のとき, } \sqrt{10-9} = \sqrt{1} = 1$$

順番に調べていくのは
結構苦手な人が多い

$$\text{Ans. } n = 1, 6, 9 \text{ の } 3 \text{ 個}$$

平方根の性質 おぷりんと 1

()組()番 氏名()

(ア) $4 < \sqrt{a} < 5$ をみたす正の整数 a はいくつありますか。

(イ) $\sqrt{45a}$ の値が自然数となるような a のうち、もっとも小さい自然数 a の値を求めよ。

(ウ) $\sqrt{\frac{45}{2}n}$ が自然数となるような、最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

(エ) a を正の整数とすると、 $3 < \sqrt{2a} < 4$ を成り立たせる a の値をすべて求めよ。

(オ) $\sqrt{\frac{72}{n}}$ が自然数となるときの自然数 n の値をすべて求めなさい。

平方根の性質 おぷりんと 1

(ア) $4 < \sqrt{a} < 5$

2乗すると

$$16 < a < 25$$

これにあてはまる数字は, $a = 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24$

Ans. 8つ

(イ) (2003富山)

$$\sqrt{45a} = \sqrt{3 \times 3 \times 5 \times a} = 3\sqrt{5a}$$

Ans. $a = 5$

(ウ) (H21) (2009長崎)

$$\sqrt{\frac{45}{2}n} = \sqrt{\frac{3 \times 3 \times 5 \times n}{2}} = 3 \times \sqrt{\frac{5n}{2}} \quad n = 2 \times 5 = 10 \quad \text{Ans. } n = 10$$

(エ) (H1)

$$3 < \sqrt{2a} < 4$$

2乗すると $9 < 2a < 16$

2で割ると $4.5 < a < 8$

Ans. $a = 5, 6, 7$

(オ) (2009大分)

$\sqrt{\frac{72}{n}}$ が整数になるには, $\frac{72}{n}$ を約分して (自然数)² になればよい。

$$\sqrt{\frac{72}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}{n}} \quad 72 = 2^2 \times 3^2 \times 2 \text{ より, } \underline{2} \text{ は必ず必要になる}$$

それに加えて, (自然数)² を残すように約分すればよいので

$n = 2$ のとき $\sqrt{\frac{2 \times 2 \times \cancel{2} \times 3 \times 3}{\cancel{2}}} = 2 \times 3 = 6$ となる

$n = 2 \times 2^2 = 8$ のとき $\sqrt{\frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 3 \times 3}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2}}} = 3$

$n = 2 \times 3^2 = 18$ のとき $\sqrt{\frac{2 \times 2 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3}}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3}}} = 2$

$n = 2 \times 2^2 \times 3^2 = 72$ のとき $\sqrt{\frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}} = 1$

Ans. $n = 2, 8, 18, 72$

平方根の性質 おぷりんと 2

()組()番 氏名()

問. 次の各問いに答えなさい。

(ア) a を自然数とすると、 $2.3 < \sqrt{a} < 3$ をみたす自然数 a の値をすべて求めなさい。

(イ) $\sqrt{27a}$ の値が自然数となるような、自然数 a を 2 つ求めなさい。

(ウ) $\sqrt{\frac{20a}{3}}$ が整数になるような整数 a の値を 2 つ書きなさい。

(エ) a を自然数とすると、 $\sqrt{8-a}$ の値が自然数となるような a の値をすべて求めなさい。

(オ) $\frac{\sqrt{2n}}{3}$ が自然数となるような 2 けたの自然数 n をすべて求めなさい。

平方根の性質 おぶりんと2

(ア) $2.3 < \sqrt{a} < 3$
 2乗すると $5.29 < a < 9$

Ans. $a = 6, 7, 8$

(イ) $\sqrt{27a} = \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times a}$ 3は必ず必要になる。 それにプラスして(自然数)²をかける

$a = 3$ のとき, $\sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3} = 3 \times 3$

$a = 3 \times 2^2 = 12$ のとき, $\sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2} = 3 \times 3 \times 2$

$a = 3 \times 3^2 = 27$ のとき, $\sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = 3 \times 3 \times 3$

$a = 3 \times 4^2 = 48$ のとき, $\sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4} = 3 \times 3 \times 4$

$a = 3 \times 5^2 = 75$ のとき, $\sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = 3 \times 3 \times 5$

Ans. $a = 3, 12, 27, 48, 75, \dots$

(ウ) $\sqrt{\frac{20a}{3}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 5 \times a}{3}} = 2 \times \sqrt{\frac{5a}{3}}$ 5×3は必ず必要になる

$a = 5 \times 3 = 15$ のとき, $\sqrt{\frac{5a}{3}} = \sqrt{\frac{5 \times 5 \times 3}{3}} = 5$

$a = 5 \times 3 \times 2^2 = 60$ のとき, $\sqrt{\frac{5a}{3}} = \sqrt{\frac{5 \times 5 \times 3 \times 2 \times 2}{3}} = 5 \times 2$

$a = 5 \times 3 \times 3^2 = 135$ のとき, $\sqrt{\frac{5a}{3}} = \sqrt{\frac{5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3}{3}} = 5 \times 3$

$a = 0$ のとき, $\sqrt{\frac{5a}{3}} = \sqrt{\frac{5 \times 0}{3}} = 0$ 0も整数なのでOK

Ans. $a = 0, 15, 60, 135, 540, \dots$

(エ) (2009福島)

$\sqrt{8-a}$ の値が自然数となるには,

$a = 4$ のとき, $\sqrt{8-4} = \sqrt{4} = 2$

$a = 7$ のとき, $\sqrt{8-7} = \sqrt{1} = 1$

Ans. $a = 4, 7$

(オ) $\sqrt{\frac{2n}{3}} = \sqrt{\frac{2 \times n}{3 \times 3}}$ 2×3×3は必ず必要になる

$n = 2 \times 3 \times 3 = 18$ のとき, $\sqrt{\frac{2 \times n}{3 \times 3}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{3 \times 3}} = 2$

$n = 2 \times 3 \times 3 \times 2^2 = 72$ のとき, $\sqrt{\frac{2 \times n}{3 \times 3}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2}{3 \times 3}} = 2 \times 2$

$n = 2 \times 3 \times 3 \times 3^2 = 108$ のとき, 2ケタでないので不適

Ans. $n = 18, 72$

平方根の性質 おぷりんと3

()組()番 氏名()

問. 次の各問いに答えなさい。

(ア) $10\sqrt{2}$ より大きく, $10\sqrt{3}$ より小さい整数をすべて求めなさい。

(イ) $4 < \sqrt{n} < 3\sqrt{2}$ となるような, 自然数 n の値を求めよ。

(ウ) $\sqrt{175n}$ が自然数となるような自然数 n のうち, 最も小さい n の値を求めなさい。

(エ) $\frac{\sqrt{75n}}{2}$ の値が整数となるような自然数 n のうち, 最も小さいものを求めなさい。

(オ) $4 < \sqrt{3a} < 5$ をみたす正の整数 a の値をすべて求めなさい。

平方根の性質 おぶりんと3

(7) $10\sqrt{2} < x < 10\sqrt{3}$

$\sqrt{2} = 1.414, \sqrt{3} = 1.732$ が頭に入っていれば $14.14 < x < 17.32$

知らないときは, $10\sqrt{2} < a < 10\sqrt{3}$

2乗すると $200 < a^2 < 300$

$a = 14$ のとき, $14^2 = 196$

$a = 15$ のとき, $15^2 = 225$

$a = 16$ のとき, $16^2 = 256$

$a = 17$ のとき, $17^2 = 289$

Ans. 15, 16, 17

(イ) (2009香川)

$$4 < \sqrt{n} < 3\sqrt{2}$$

2乗すると $16 < n < 18$

よって, n は自然数だから, $n = 17$

Ans. 17

(ウ) (H14)

$$\begin{aligned} & \sqrt{175n} \\ &= \sqrt{5 \times 5 \times 7 \times n} \\ &= 5\sqrt{7n} \end{aligned}$$

$$n = 7$$

Ans. $n = 7$

(エ) $\frac{\sqrt{75n}}{2} = \sqrt{\frac{5 \times 5 \times 3 \times n}{2 \times 2}} = \sqrt{\frac{5 \times 5 \times 3 \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{2}}{2 \times 2}}$ $n = 3 \times 2 \times 2 = 12$

Ans. $n = 12$

$\sqrt{2}$ と 2 は約分できません

(オ) (H9)

$$4 < \sqrt{3a} < 5 \text{ より}$$

2乗すると $16 < 3a < 25$

3で割って $5.3 \dots < a < 8.3 \dots$

Ans. $a = 6, 7, 8$

平方根の性質 おぷりんと 4

()組()番 氏名()

問. 次の各問いに答えなさい。

(ア) a を正の整数とすると、 $2 < \sqrt{a} < 3$ を成り立たせる a の値を**すべて**求めよ。

(イ) $\sqrt{96n}$ が自然数となるような、最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

(ウ) $\sqrt{\frac{48}{5}n}$ が自然数となるような、最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

(エ) $2 < \sqrt{2n-1} < 3$ となるような、自然数 n の値をすべて求めなさい。

(オ) $\sqrt{\frac{84}{a}}$ が自然数となるような自然数 a のうち、最も小さい数を求めよ。

平方根の性質 おぶりんと4

$$\begin{aligned} \text{(ア)} \quad & 2 < \sqrt{a} < 3 \\ & \text{2乗すると} \quad 4 < a < 9 \\ & a = 5, 6, 7, 8 \end{aligned}$$

Ans. $a = 5, 6, 7, 8$

$$\begin{aligned} \text{(イ)} \quad & \text{(H19)} \\ & \sqrt{96n} = \sqrt{3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times n} = 4\sqrt{6n} \quad n = 6 \end{aligned}$$

Ans. $n = 6$

$$\begin{aligned} \text{(ウ)} \quad & \text{(H24)} \\ & \sqrt{\frac{48}{5}n} = \sqrt{\frac{4 \times 4 \times 3 \times n}{5}} = 4 \times \sqrt{\frac{3n}{5}} \quad n = 3 \times 5 = 15 \end{aligned}$$

Ans. $n = 15$

$$\begin{aligned} \text{(エ)} \quad & \text{(2009湘南)} \\ & 2 < \sqrt{2n-1} < 3 \\ & \text{2乗すると} \quad 4 < 2n-1 < 9 \\ & \quad \quad \quad 5 < 2n < 10 \\ & \quad \quad \quad 2.5 < n < 5 \quad n = 3, 4 \end{aligned}$$

Ans. $n = 3, 4$

$$\begin{aligned} \text{(オ)} \quad & \text{(2011香川)} \\ & \sqrt{\frac{84}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 3 \times 7}{a}} = 2 \times \sqrt{\frac{21}{a}} \quad a = 21 \end{aligned}$$

Ans. $a = 21$

平方根の性質 おぷりんと 5

()組()番 氏名()

問. 次の各問いに答えなさい。

(ア) $\sqrt{3} < a < \sqrt{20}$ をみたす正の整数 a の値を**すべて**求めなさい。

(イ) $\sqrt{2016n}$ が自然数となるような、最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

(ウ) $\sqrt{\frac{28n}{3}}$ が自然数となるような、最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

(エ) $2\sqrt{7}$ より小さい正の整数を**すべて**あげなさい。

(オ) $\frac{\sqrt{72n}}{7}$ が自然数となるような整数 n のうち、最も小さい値を求めなさい。

平方根の性質 おぶりんと5

$$\begin{aligned} \text{(ア)} \quad & \sqrt{3} < a < \sqrt{20} \\ & \text{2乗すると} \quad 3 < a^2 < 20 \end{aligned}$$

$$a^2 = 4, 9, 16 \text{ から } a = 2, 3, 4$$

Ans. $a = 2, 3, 4$

(イ) (28)

$$\begin{aligned} & \sqrt{2016n} \\ = & \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times n} \\ = & 12\sqrt{2 \times 7 \times n} \quad n = 14 \end{aligned}$$

Ans. $n = 14$

(ウ) (17)

$$\sqrt{\frac{28n}{3}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 7 \times n}{3}} = 2 \times \sqrt{\frac{7n}{3}} \quad n = 21$$

Ans. $n = 21$

$$\text{(エ)} \quad (2\sqrt{7})^2 = 28 \text{ より } 1, 2, 3, 4, 5$$

Ans. $1, 2, 3, 4, 5$

(オ) (2016秋田)

$$\frac{\sqrt{72n}}{7} = \sqrt{\frac{6 \times 6 \times 2 \times n}{7 \times 7}} = 6 \times \sqrt{\frac{2 \times n}{7 \times 7}} \quad n = 2 \times 7 \times 7 = 98$$

Ans. $n = 98$

平方根の性質 おぷりんと6

()組()番 氏名()

問. 次の各問いに答えなさい。

(ア) $\sqrt{\frac{45}{2}n}$ が自然数となるような, 最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

(イ) $\frac{\sqrt{2n}}{12}$ が自然数となるような, 最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

(ウ) $\sqrt{24n}$ が自然数となるような, 最も大きい2けたの自然数 n の値を求めなさい。

(エ) $\sqrt{6n}$ が自然数となるような n のうち, 2番目に小さい自然数 n の値を求めなさい。

平方根の性質 おぷりんと6

(ア) (H21)

$$\sqrt{\frac{45}{2}}n = 3\sqrt{\frac{5n}{2}} = 3\sqrt{\frac{5 \times 5 \times 2}{2}} \quad n = 10$$

(イ) (鎌倉 H18)

$$\frac{\sqrt{2n}}{12} = \sqrt{\frac{2n}{144}} = \sqrt{\frac{n}{72}} \quad n = 72$$

(ウ) (小田原 H18)

$$\sqrt{24n} = 2\sqrt{6n} \quad n = 6 \times a^2 \text{ ならば良い}$$

$$a = 2 \text{ のとき, } n = 6 \times 2^2 = 24$$

$$a = 3 \text{ のとき, } n = 6 \times 3^2 = 54$$

$$a = 4 \text{ のとき, } n = 6 \times 4^2 = 96$$

$$n = 96$$

(エ) (横浜翠嵐 H17)

$$\sqrt{6n} \quad \begin{array}{l} \text{一番小さな自然数は, } 6 \text{ である} \\ \text{2番目に小さな自然数は, } 6 \times 2^2 = 24 \end{array}$$