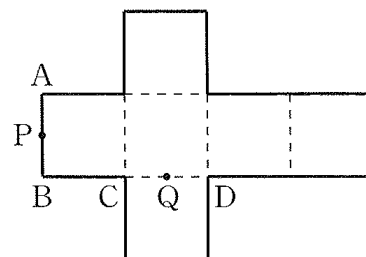
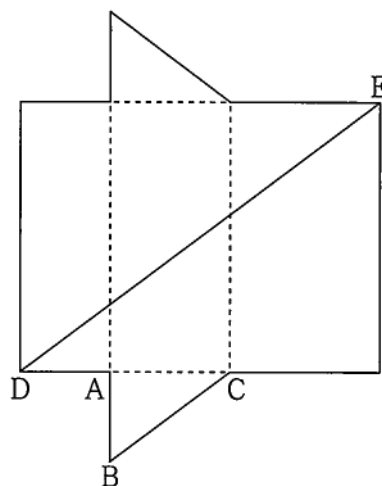


展開図の問題 1

問 1. 図のように、1 辺の長さが 6 cm の立方体の展開図がある。線分 AB、線分 CD の中点をそれぞれ P、Q とする。この展開図を組み立てて立方体をつくったとき、2 点 P、Q の間の距離を求めなさい。(09 秋田)

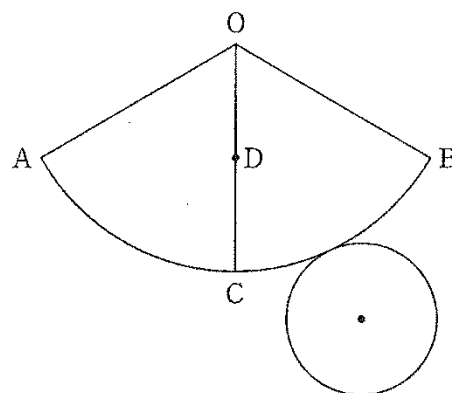


問 2. 図は、 $AB = 3$ cm、 $BC = 5$ cm、 $CA = 4$ cm の直角三角形を底面とする三角柱の展開図である。この展開図において、線分 DE をひいたところ、 $DE = 15$ cm であった。もとの三角柱の体積を求めなさい。(05 山形)



問 3. 右の図は、円すいの展開図であり、側面となるおうぎ形 OAB は半径が $OA = 6$ cm で、中心角が $\angle AOB = 120^\circ$ である。また、点 C は \widehat{AB} 上の点で、 $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ であり、点 D は線分 OC の中点である。このとき、この展開図を組み立ててできる円すいについて、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とする。(H23)

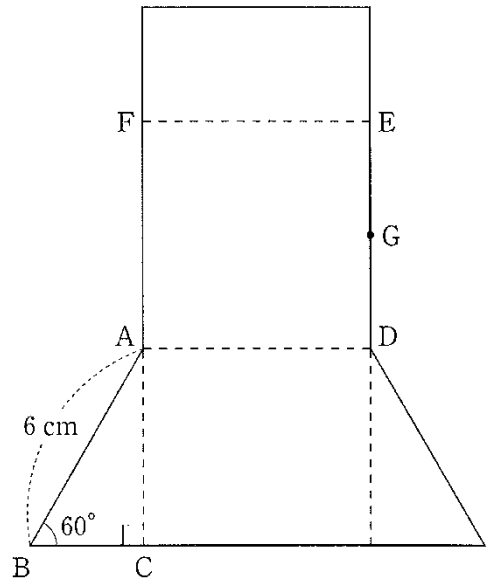
(ア) この円すいの表面積を求めなさい。



(イ) この円すいにおいて、2 点 A、D 間の距離を求めなさい。

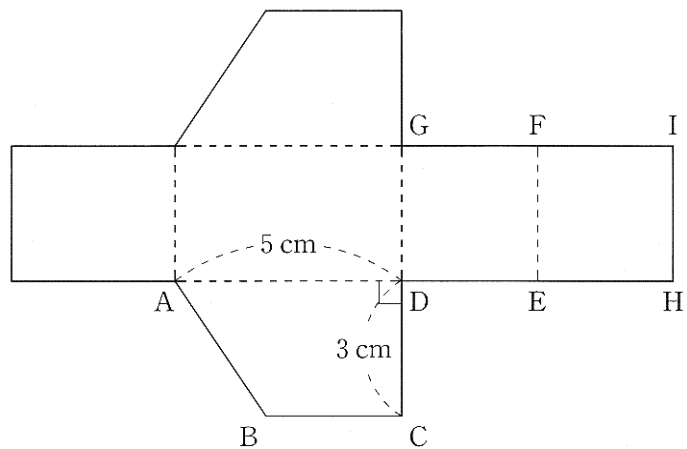
問 4. 図は、 $AB = 6 \text{ cm}$ 、 $\angle ABC = 60^\circ$ 、 $\angle ACB = 90^\circ$ の直角三角形 ABC を底面とする三角柱の展開図であり、四角形 $ADEF$ は正方形である。また、点 G は線分 DE の中点である。このとき、この展開図を点線で折り曲げてできる三角柱について、次の問いに答えなさい。(H21)

- (ア) この三角柱の体積を求めなさい。
 (イ) この三角柱において、2点 C 、 G 間の距離を求めなさい。



問 5. 図は、 $AD \parallel BC$ の台形 $ABCD$ を底面とする四角柱の展開図であり、 $AD = 5 \text{ cm}$ 、 $CD = 3 \text{ cm}$ 、 $\angle ADC = 90^\circ$ で、四角形 $DEFG$ と四角形 $EHIF$ はともに正方形である。このとき、この展開図を点線で折り曲げてできる四角柱について、次の問いに答えなさい。(H18)

- (ア) この四角柱の体積を求めなさい。
 (イ) この四角柱において、線分 AI の長さを求めなさい。

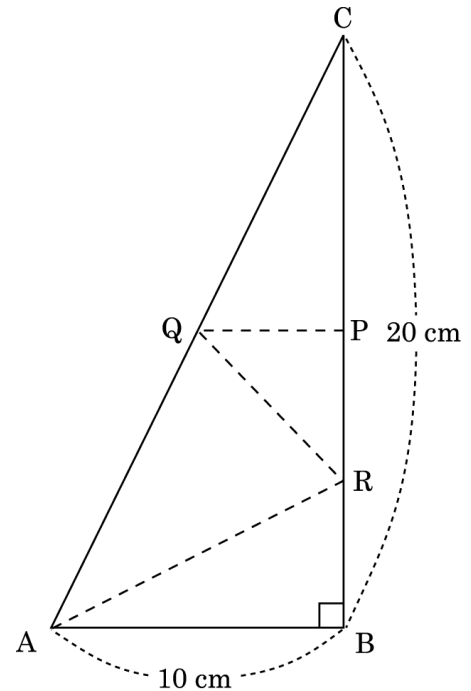


展開図の問題 2

問 6. 図は、ある三角すいの展開図であり、 $AB = 10$ cm、 $BC = 20$ cm、 $\angle ABC$ が直角の三角形である。2 点 P 、 Q はそれぞれ辺 BC 、辺 CA の中点であり、点 R は線分 BP の中点である。このとき、次の問いに答えなさい。(H15)

(ア) 線分 AR の長さを求めなさい。

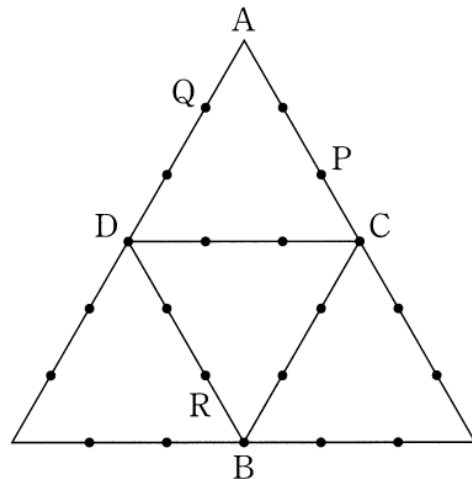
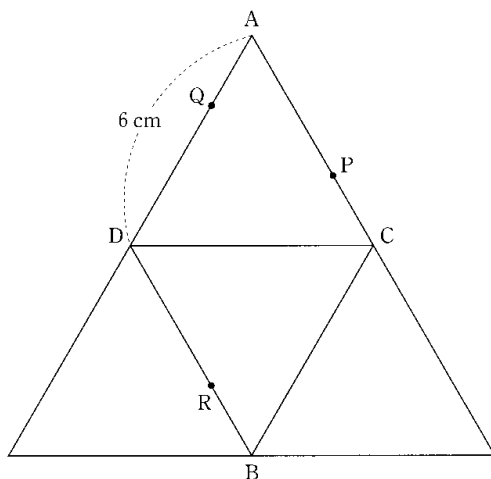
(イ) この展開図を点線で折り曲げてできる三角すいの体積を求めなさい。



問 7. 1 辺の長さが 6cm の正四面体 $ABCD$ の展開図である。3 点 P 、 Q 、 R は、それぞれ正四面体の辺 AC 、 DA 、 DB 上の点であり、 $AP : PC = DQ : QA = DR : RB = 2 : 1$ である。このとき、この展開図からつくられる正四面体について、次の問いに答えなさい。(H11)

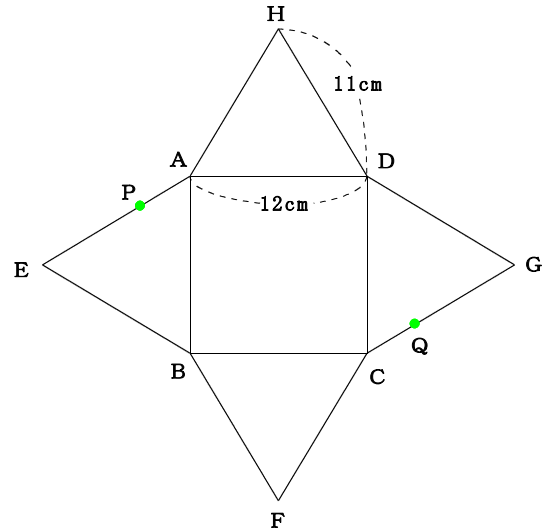
(ア) この正四面体 $ABCD$ において、2 点 A 、 R 間の距離を求めなさい。

(イ) 3 点 P 、 Q 、 R を通る平面でこの正四面体 $ABCD$ を切り、2 つの立体に分けるときの、**切り口の図形のすべての辺**を、解答用紙にある展開図に書き入れなさい。ただし、解答用紙にある展開図の辺上の印「 \cdot 」は、それぞれの辺を 3 等分する点を示している。



問 8. 図は、1 辺の長さが 12cm の正方形 ABCD を底面とし、2 辺の長さが 11cm の二等辺三角形 EBA, FCB, GDC, HAD を側面とする四角すいの展開図である。また、2 点 P, Q は、それぞれ辺 AE, CG 上の点で、 $AP : PE = 1 : 2$ 、 $CQ : QG = 1 : 2$ である。このとき、次の問いに答えなさい。(H6)

- (ア) この四角すいの体積を求めなさい。
 (イ) この四角すいの 2 点 P, Q 間の距離を求めなさい。



問 9. 図 I は、各辺の長さがすべて等しい正四角すい ABCDE である。図 II は、正四角すい ABCDE の展開図の 1 つである。正四角すい ABCDE の 1 辺の長さを 2 cm とし、辺 BC, DE の中点をそれぞれ M, N とする。辺 AC 上に点 P, 辺 AD 上に点 Q を、3 つの線分 MP, PQ, QN の長さの和が最小となるようにとるとき、次の問いに答えなさい。(09 群馬)

- (ア) 3 つの線分 MP, PQ, QN の長さの和を求めなさい。
 (イ) 点 C, D, N, M, P, Q の 6 点を頂点とする立体の体積を求めなさい。

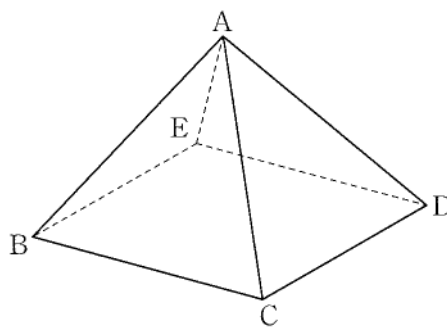


図 I

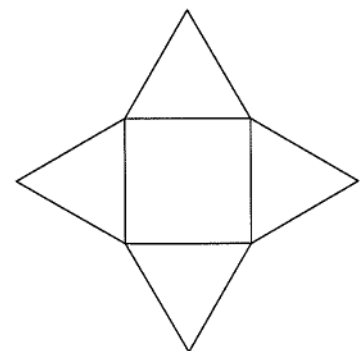
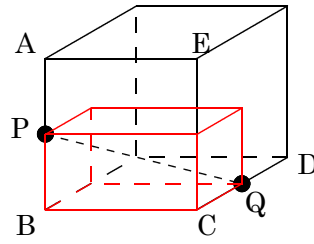
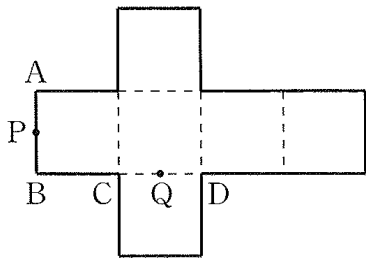
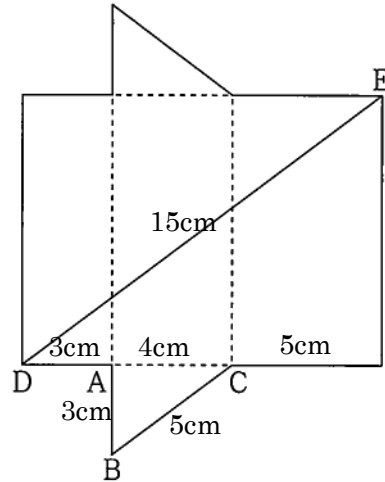


図 II

問 1. 展開図を組み立てる。小さい直方体は、縦 = 6cm、横 = 3cm、高さ = 3cm なので、
 対角線 $PQ^2 = 6^2 + 3^2 + 3^2 = 54$ $PQ = 3\sqrt{6}$ (cm)



問 2. 三角柱の高さは、三平方の定理より、
 $15^2 = (3 + 4 + 5)^2 + (\text{高さ})^2$
 $(\text{高さ})^2 = 81$ 高さ = 9 (cm)
 よって、求める体積は、
 $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 9 = 54$ (cm³)



問 3. (ア) 底面の円の半径を r cm とすると、
 底面の円周は側面のおうぎ形の弧の長さと等しいので、

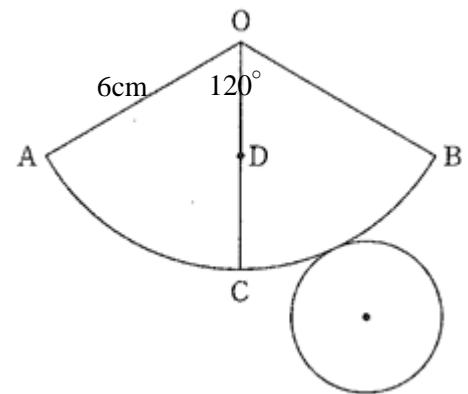
$$12\pi \times \frac{120}{360} = 4\pi \quad \therefore r = 2 \text{ (cm)}$$

よって、底面積は、 $2^2 \times \pi = 4\pi$ (cm²)

$$\text{側面積は、} 6^2 \times \pi \times \frac{120}{360} = 12\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{あるいは、} 6 \times 4\pi \times \frac{1}{2} = 12\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

したがって、表面積は、 $4\pi + 12\pi = 16\pi$ (cm²)



(イ) 展開図を組み立ててできる円すいにおいて、
 $\triangle OAC$ は $OA = OC = 6$ cm, $AC = 4$ cm の二等辺三角形である。

$OA = OC$ より、 AC の中点を H とし、 AH を結ぶと、 $\angle OHC = 90^\circ$

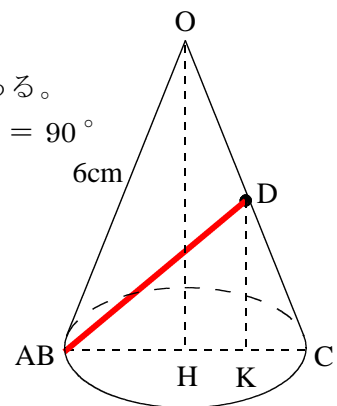
また、 CH の中点を K とし、 DK を結ぶと、 $\angle DKA = 90^\circ$

(ア) より $AH = 2$ 、 $\triangle DHA$ において、三平方の定理より

$$OH = \sqrt{36 - 4} = 4\sqrt{2} \quad DK = \frac{1}{2}OH = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$AK = 3$ より $\triangle DAK$ において、

$$\text{三平方の定理より } AD = \sqrt{9 + 8} = \sqrt{17} \text{ (cm)}$$



問 4.

(ア) $\triangle ABC$ は $\angle B = 60^\circ$ の直角三角形だから、 $1 : 2 : \sqrt{3}$ より、 $BC = \frac{1}{2}AB = 3$ (cm),

$AC = \sqrt{3} BC = 3\sqrt{3}$ (cm) また、四角形 ADEF は正方形より、 $AD = AF = AB = 6$ cm

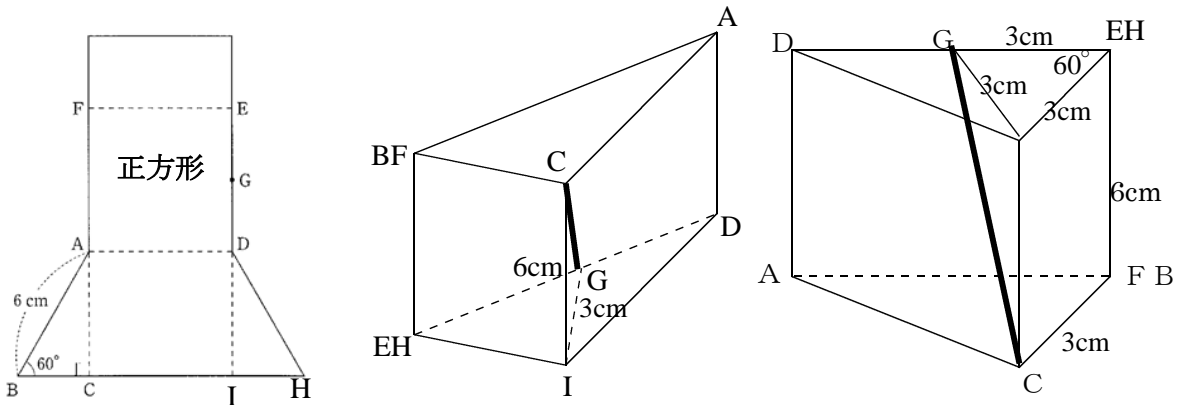
よって、三角柱の体積は、 $\frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} \times 6 = 27\sqrt{3}$ (cm³)

(イ) 三角柱において、 $\triangle ABC$ と合同な底面を $\triangle DHI$ とすると点 G は DH の中点と一致する。

よって、 $GH = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ (cm) $\triangle GHI$ は $GH = IH = 3$ cm, $\angle H = 60^\circ$

だから正三角形 だとわかる。よって、 $GI = 3$ cm $\triangle CGI$ において、 $\angle CIG = 90^\circ$

だから、 $CG^2 = 6^2 + 3^2 = 45$ $CG = 3\sqrt{5}$ (cm)

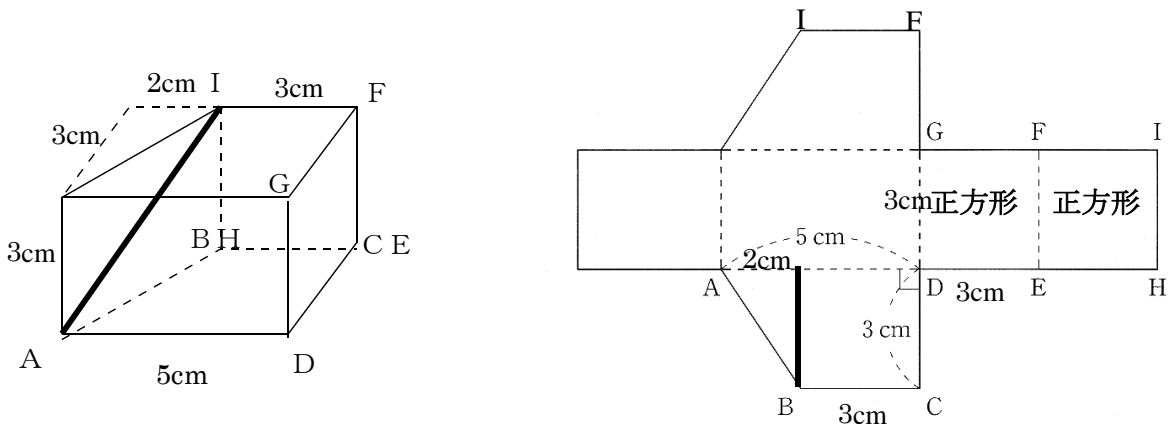


問 5. (ア) 四角形 DEFG と四角形 EHIF は正方形より、 $BC = HE = EF = DE = 3$ cm

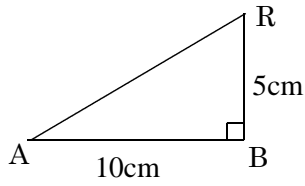
よって、求める体積は、 $\frac{1}{2} \times (3 + 5) \times 3 \times 3 = 36$ (cm³)

(イ) I は台形 ABCD と合同なもうひとつの底面の頂点 B に対応する頂点と重なる。

よって、四角柱において、 $AI^2 = 2^2 + 3^2 + 3^2 = 22$ $AI = \sqrt{22}$ (cm)



問 6. (ア) P は BC の中点なので $BP = 10\text{cm}$ 、
R は BP の中点なので $BR = 5\text{cm}$
三角形 ARB は直角三角形なので三平方の定理により



$$AR^2 = 5^2 + 10^2$$

$$AR^2 = 125$$

$$AR > 0 \text{ より } AR = 5\sqrt{5}$$

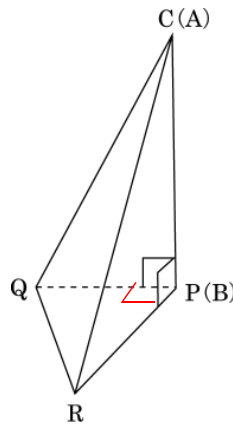
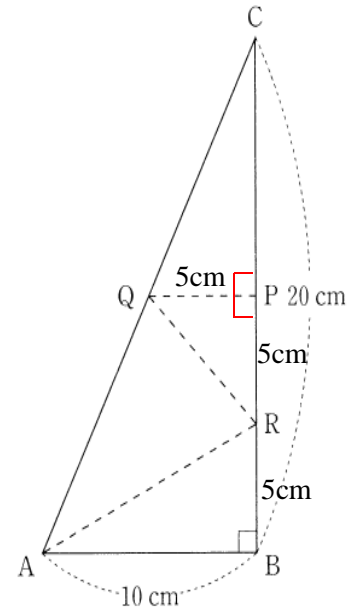
(イ) $\triangle PQR$ を底面と考えると、高さは AB (10cm) となる。

PQ = 5cm、PR = 5cm より

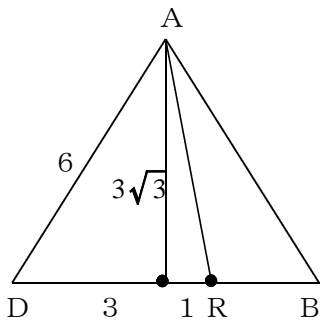
$$5 \times 5 \times \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{1}{3} = \frac{125}{3}$$

$\triangle ABR$ を底面、Q を頂点と考えると、

$$10 \times 5 \times \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{1}{3} = \frac{125}{3}$$



問 7. (ア) 2 点間の距離を求めるには三平方の定理を利用して長さを出します。



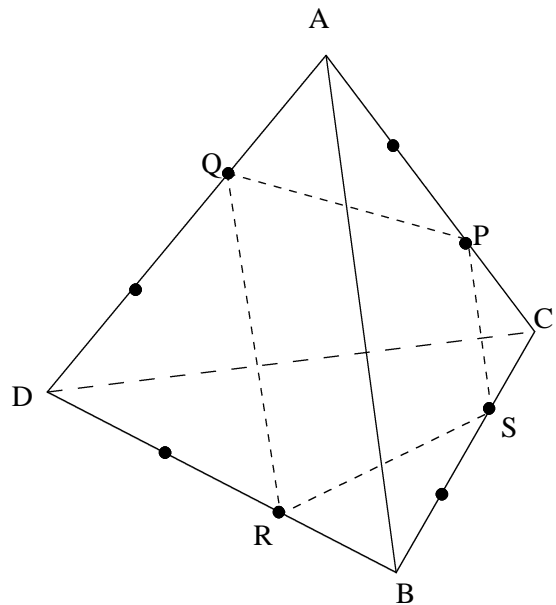
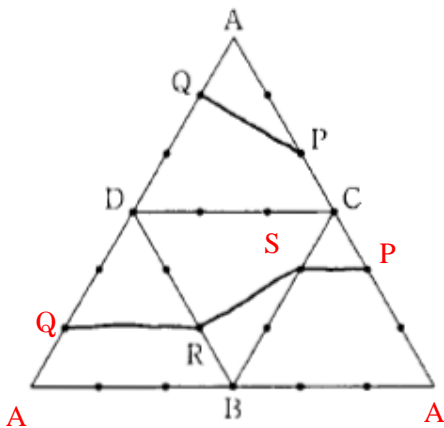
$$AR^2 = 1^2 + (3\sqrt{3})^2$$

$$= 28$$

$$AR > 0 \text{ より}$$

$$AR = 2\sqrt{7}$$

(イ)

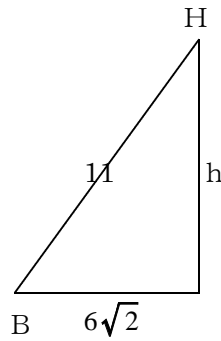
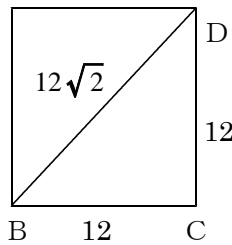


問 8.

(ア) 四角すいの体積を求める → 底面積 × 高さ × $\frac{1}{3}$

1 : 1 : $\sqrt{2}$ より

$$BD = 12\sqrt{2}$$



三平方の定理より

$$h^2 = 11^2 - (6\sqrt{2})^2$$

$$h^2 = 121 - 72$$

$$h^2 = 49$$

$h > 0$ より

$$h = 7$$

$$\text{四角錐の体積は } 12 \times 12 \times 7 \times \frac{1}{3} = 336$$

$$336 \text{ cm}^3$$

(イ) 2点間の距離を求める → 相似比を使って長さを出す

$$AC = 12\sqrt{2}$$

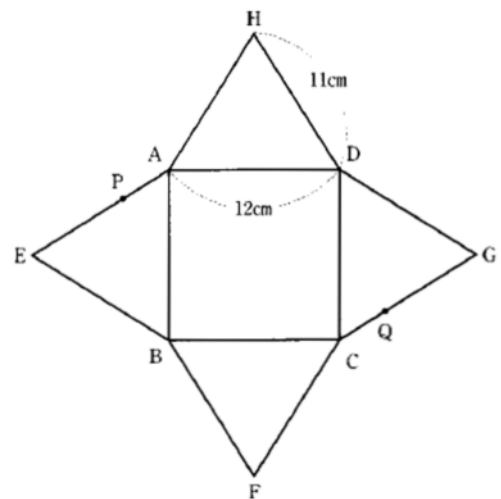
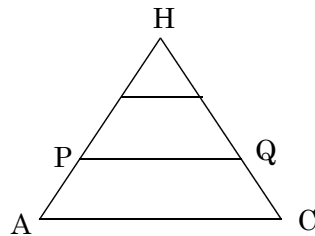
$$2 : 3 = PQ : 12\sqrt{2}$$

$$3PQ = 24\sqrt{2}$$

$$PQ = 8\sqrt{2} \quad 8\sqrt{2} \text{ cm}$$

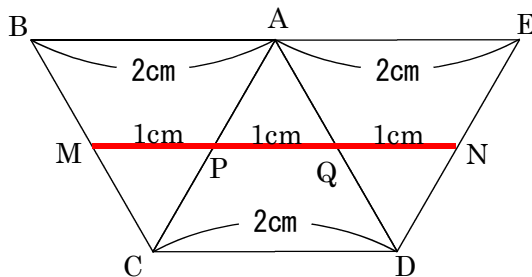
(別解)

$$12\sqrt{2} \times \frac{2}{3} = 8\sqrt{2}$$



問 9.

(ア) 3 (cm)



直線になるときが一番短い

(1)

△ACDにおいて、

P, Q から CD に垂線 PK, 垂線 QH をひく。

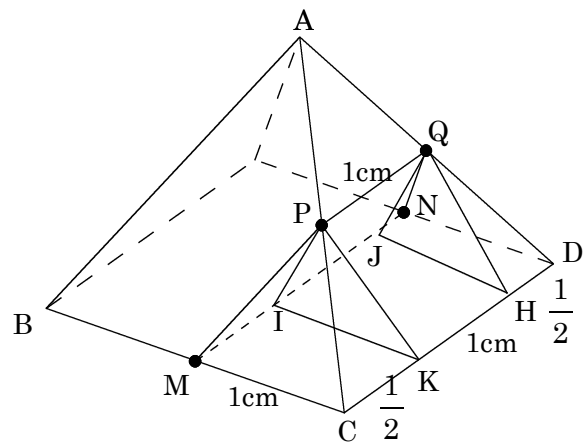
KH = PQ = 1 cm だから、

$$CK = DH = (2 - 1) \div 2 = \frac{1}{2} \text{ (cm)}$$

同様に、P, Q から MN に垂線 PI, QJ をひく。

$$MI = NJ = CK = HD = \frac{1}{2} \text{ cm}$$

$$MC = IK = JH = ND = 1 \text{ cm,}$$

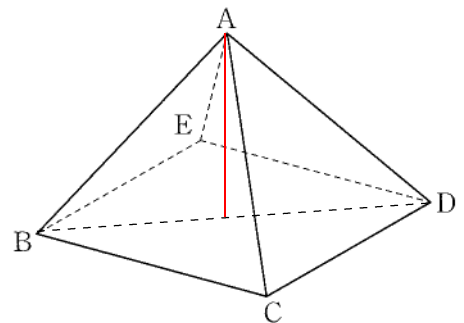


正四角錐 ABCDE の高さは

$$BD = 2\sqrt{2} \text{ (cm)} \quad AB = 2\text{cm} \quad \text{より} \quad \sqrt{2} \text{ (cm)}$$

点 C, D, N, M, P, Q の 6 点を頂点とする

の立体高さはその半分なので $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (cm)



真ん中の四角柱の半分となる体積は

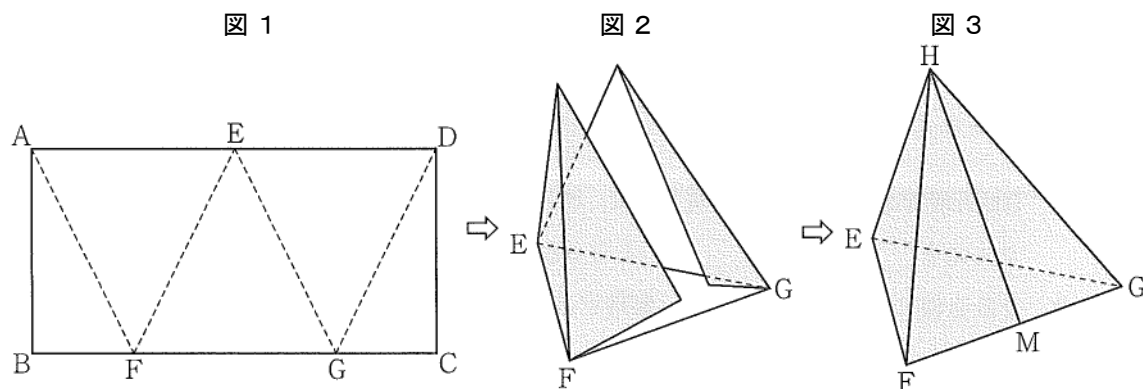
$$1 \times 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$\text{左右 2 つの四角錐の体積は} \quad 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{\sqrt{2}}{6} \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$\text{合計すると} \quad \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{5\sqrt{2}}{12} \text{ (cm}^3\text{)}$$

展開図の問題 3

問 1. 図 1 の長方形 ABCD は、 $AB = 8 \text{ cm}$ 、 $AD = 16 \text{ cm}$ であり、辺 AD の中点を E とする。
 また、辺 BC 上に、2 点 F、G を $BF = CG = 4 \text{ cm}$ となるようにとる。図 1 の長方形を、
 線分 AF、FE、EG、GD を折り目として図 2 のように折り、図 3 の四面体 HEFG をつくっ
 た。辺 FG の中点を M とするとき、後の (ア) ~ (エ) に答えなさい。(12 群馬)



(ア) 図 3 の点 H で重なるのは、図 1 のどの点か、すべて書きなさい。

(イ) 図 3 において、辺 HF の長さを求めなさい。

(ウ) 三角形 HEM について、

(1) 三角形 HEM はどんな三角形か、書きなさい。

(2) 三角形 HEM の面積を求めなさい。

(エ) 四面体 HEFG の体積を求めなさい。

